

ВЛИЯНИЕ ДИФфуЗИОННОГО ДВИЖЕНИЯ МЕЛКИХ ПРИМЕСЕЙ НА ОЦЕНКУ ИХ ДИСПЕРСНОГО СОСТАВА В СОЖ

*Д-р техн. наук, проф. Ю.В. ПОЛЯНСКОВ, канд. техн. наук А.И. ЕВСЕЕВ,
асп. В.А. ПОРОЙКОВ*

Рассматривается модель осаждения механических примесей с учетом их диффузионного движения. Получено уравнение, позволяющее более точно оценивать дисперсный состав твердых примесей в жидких средах.

This paper concentrates on the model of settling mechanical impurity in view of them diffusion movement. The equation allowing more precisely is received to estimate dispersed structure of firm impurity in liquid environments.

Прогресс современной техники позволяет находить применение самым разнообразным технологиям, позволяющим сделать технологические процессы более гибкими, управляемыми и экономичными. К одному из таких процессов относится шлифование с использованием смазочно-охлаждающих жидкостей (СОЖ), которые в процессе эксплуатации загрязняются механическими примесями [1].

Примеси, находящиеся в СОЖ, ухудшают ее эксплуатационные показатели и вносят дополнительную погрешность в обработку. Контроль и управление параметрами СОЖ осуществляет система диагностики и очистки. Задача очистки жидкости от примесей ставится в ходе любого процесса резания, а её решение является фактором, оказывающим влияние на расход СОЖ, долговечность инструмента и на другие параметры. При этом для повышения эффективности очистки жидкости в условиях массового производства целесообразно проводить, ориентируясь на конкретный вид примесей, попадающих в нее в данном технологическом процессе.

Особое значение имеет содержание примесей на финишных операциях вследствие ценности затраченных ресурсов на производство детали, повышенных требований к качеству поверхностного слоя и точности изготовления. С другой стороны, уменьшение припуска на финишных операциях смещает максимум концентрации частиц заданного диаметра в сторону уменьшения радиуса попадающих в СОЖ частиц, чем осложняет контроль их содержания и последующую очистку.

Необходимая степень очистки и её энергозатраты определяются значениями параметров примесей полученных в системе диагностирования, которая является «фундаментом» для всего комплекса очистительных мер. При точной оценке концентрации загрязняющих примесей в СОЖ можно сократить расходы на её дополнительную очистку.

Существующие в настоящее время методы оценки содержания примесей [2] в пробе СОЖ основываются на использовании явления седиментации примесей из их начального равномерного распределения. В ходе осаждения более крупные (тяжелые) примеси двигаются быстрее остальных, в результате чего с помощью эффекта светорассеяния становится возможным фиксировать дисперсный состав примесей.

Для повышения точности существующего фотометрического метода анализа концентрации и дисперсного состава механических примесей в СОЖ в изложенном ниже исследовании использовалось явление диффузии.

Построение модели осаждения примесей

Пусть у нас имеется проба СОЖ с равномерно распределённым $n(x, y, z) = \text{const}$ (n — обобщённый параметр, характеризующий среднее число частиц в единице объёма, пропорционален концентрации) по ней дисперсной фазой примесей в момент времени $t = t_0$. Задаётся система координат: ось x направим по вертикали, а осями y и z выберем любые два направления, перпендикулярные оси x и друг другу. Седиментация механических примесей по вертикальной координате x состоит в их осаждении, следствием которого является неравномерное распределение концентрации по высоте пробы, т.е. возникновение градиента концентрации примесей $\frac{dn}{dx} < 0$. Изменение значений градиента концентрации выражает разницу в концентрации примесей, которая порождает диффузию частиц из областей с относительно высокой концентрацией в более разреженные.

Обратим внимание на то, что в плоскости zy , перпендикулярной вертикальному направлению, отсутствие силы тяжести и седиментационного движения частиц не изменяет градиент концентрации и оставляет его равным нулю. Поэтому диффузионные потоки частиц примесей отсутствуют, и этим сохраняется равномерное начальное распределение примесей. Таким образом, стационарное положение примесей в горизонтальной плоскости сохраняется постоянно (т.е. $\frac{\partial n}{\partial y}(y, t) \equiv \frac{\partial n}{\partial z}(z, t) \equiv 0$) и не оказывает влияния на установление седиментационно-диффузионного равновесия по вертикали. Поэтому трёхмерная задача движения примесей в реальной пробе СОЖ эквивалентна одномерной задаче для координаты x .

Для моделирования возникающего явления используем основные феноменологические законы диффузии, сформулированные в 1855 году А.Фиком по аналогии с уравнением теплопроводности для одномерной диффузии [3]:

- первый закон

$$j_d = -D \frac{dn}{dx}, \quad (1)$$

где j_d — поток диффузии, D — коэффициент диффузии, который для частиц одинакового радиуса является величиной постоянной;

- второй закон

$$\frac{dn}{dt} = D \frac{d^2 n}{dx^2}. \quad (2)$$

Коэффициент диффузии задаётся через выражение обоснованное А.Эйнштейном [4]:

$$D = \frac{kT}{6\pi\eta r},$$

где k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура, r — радиус частицы, η — вязкость среды.

Отсюда следует, что коэффициент диффузии обратно пропорционален радиусу частиц, вследствие чего маленькие частицы сильнее крупных подвержены влиянию Броуновского движения, так как по закону Фика (1) j_d пропорционален D .

Таким образом, при выбранных условиях в пробе происходит сложение диффузионных и седиментационных потоков, результат которого, в силу представленных закономерностей и принятия во внимание одинаковой плотности частиц примесей, определяется размером их частиц. Характер движения массива крупных частиц замедлится, процесс седимента-

ции растянется во времени, а у достаточно мелких частиц может достичь так называемого седиментационно-диффузионного равновесия.

Рассмотрим процесс изменения равномерного начального распределения частиц примесей с течением времени. Для этого выделим элементарный цилиндр высотой Δx площадью S . В период установления седиментационно-диффузионного равновесия через него проходит поток примесей равный сумме потоков диффузии и седиментации:

$$j = j_d + j_c, \tag{3}$$

и в каждый данный момент времени величина:

$$-\Delta j = j(x) - j(x + \Delta x)$$

представляет собой разность потоков дисперсной фазы через плоскость x и соответственно – через плоскость $x + \Delta x$, т.е. характеризует скорость накопления вещества в рассматриваемом элементе объёма (рис. 1). За время Δt это различие потоков вещества в объём и из него приведёт к изменению количества посторонних примесей Δn в точке x , равному:

$$\Delta n = \frac{[j(x) - j(x + \Delta x)]}{\Delta x} \Delta t.$$

Отсюда

$$\left(\frac{\Delta n}{\Delta t}\right)_{x=\text{const}} = -\left(\frac{\Delta j}{\Delta x}\right)_{t=\text{const}} \quad \text{или} \quad \frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\partial j}{\partial x}. \tag{4}$$

Поток седиментации представляет собой частицы концентрации n , опускающиеся с постоянной скоростью $-V$ (берём со знаком (-), т.к. седиментация происходит в направлении, обратном оси x):

$$j_c = -Vn. \tag{5}$$

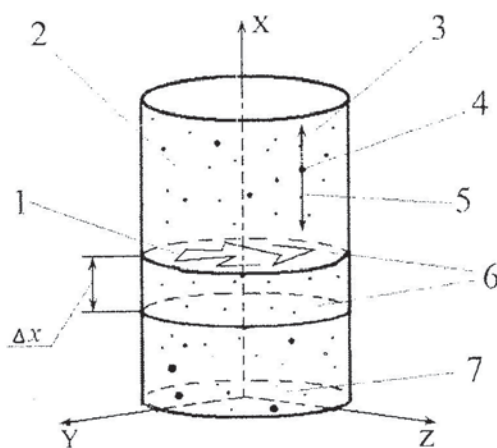


Рис. 1. Седиментационно-диффузионные потоки, вызванные движением примесей находящихся в СОЖ: 1 — проекция траектории движения частиц; 2 — проба СОЖ; 3 — направление потока диффузии j_d ; 4 — механическая примесь малого радиуса; 5 — направление потока седиментации j_c ; 6 — горизонтальные плоскости, образующие элементарный объем; 7 — дно пробы и поверхность осаждения частиц.

Соответственно его производная по x будет иметь вид:

$$\frac{\partial j_c}{\partial x} = -V \frac{\partial n}{\partial x}. \tag{6}$$

Подставив в (3) выражения (1) и (5) получим сумму седиментационных и диффузионных потоков:

$$j = -D \frac{dn}{dx} - Vn. \quad (7)$$

Теперь запишем уравнение движения, подставив в (4) выражение потока примесей j из (7):

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + V \frac{\partial n}{\partial x} \text{ в области } [0, h] \times (0, T). \quad (8)$$

Полученное дифференциальное уравнение в частных производных параболического типа описывает установление седиментационно-диффузионного равновесия с течением времени.

Начальное условие выберем соответствующем случаю равномерного распределения всего массива механических примесей по пробе СОЖ с концентрацией n_0 , тогда оно запишется в виде:

$$n(t)|_{t=0} = n_0. \quad (9)$$

Найдём граничные условия для уравнения (4).

• Дно пробы ($x = 0$) непроницаемо для движения частиц, но часть примесей $\varphi(t)$ в каждый момент времени t выпадает в осадок, т.е. поток примесей через дно будет равен числу осевших примесей:

$$\left(D \frac{\partial n}{\partial x}(x, t) + Vn(x, t) \right) \Big|_{x=0} = j(0, t) = \varphi(t). \quad (10)$$

• Поверхность пробы ($x = h$) также представляет собой непроницаемую границу, только в отличие от дна на ней осадок не накапливается, хотя число примесей монотонно уменьшается с начального n_0 до 0. Воспользовавшись тем, что поток примесей через неё равен нулю, запишем граничное условие для поверхности пробы:

$$\left(D \frac{\partial n}{\partial x}(x, t) + Vn(x, t) \right) \Big|_{x=h} = 0. \quad (11)$$

Уравнение (8) вместе с граничными (10), (11) и начальным (9) условием образует начально-краевую задачу имеющую единственное решение, которое позволяет оценивать дисперсный состав мелких примесей с учетом их диффузионного движения.

Сделаем замену $n(x, t) = u(x, t) e^{-\alpha x - \beta t}$, где $\alpha = -\frac{V}{2D}$, $\beta = -\frac{V^2}{4D}$ — произвольные числа, подобранные таким образом, чтобы привести уравнение (8) к виду:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \text{ в } [0, h] \times (0, T). \quad (12)$$

Представим затем функцию u в виде суммы двух функций f и w :

$$u(x, t) = w(x, t) + f(x, t),$$

где w представляет собой решение уравнения (12), но с однородным граничным условием (10), а f подберём так, чтобы она удовлетворяла неоднородному граничному условию (10). Тогда для функции w уравнение (8) с начальным условием (9) и краевыми условиями (10), (11) запишется в следующем виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial w}{\partial t} = D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + g(x, t) \text{ в } [0, h] \times (0, T) \\ \left(D \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{V}{2} w(x, t) \right) \Big|_{x=0} = 0 \\ \left(D \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{V}{2} w(x, t) \right) \Big|_{x=h} = 0 \\ w(x, t) \Big|_{t=0} = n_0 e^{-\alpha x} \end{cases}$$

где $g(x, t) = \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{D} \frac{\partial f}{\partial t} \right) = -\frac{e^{\beta t}}{V} \left(D \left(\frac{\pi}{h} \right)^2 \cos \frac{\pi}{h} x \varphi(t) + \left(\cos \frac{\pi}{h} x + 1 \right) (\varphi(t) + \beta \varphi'(t)) \right)$.

Полученная начально-краевая задача для функции $w(x, t)$ имеет единственное решение, которое записывается через метод разделения переменных Фурье, используя собственные функции $\{m_n(x)\}_1^\infty$ и собственные значения $\{\lambda_n\}_1^\infty$ задачи Штурма-Лиувилля [5].

Подставив затем решение для w в выражение для u , а затем u в выражение для n , было получено выражение для вычисления концентрации примесей:

$$\begin{aligned} n(x, t) = e^{\alpha x + \beta t} & \left(n_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m_n(x)}{\|m_n\|^2} e^{-D\lambda_n t} \int_0^h e^{-\alpha x} m_n(x) dx + \right. \\ & \left. + \sum_{n=1}^{\infty} m_n(x) \int_0^t e^{-D\lambda_n(t-\tau)} Dg_n(\tau) d\tau + \frac{\varphi(t)}{V} e^{\beta t} \left(\cos \frac{\pi}{h} x + 1 \right) \right), \end{aligned} \quad (13)$$

где $\{m_n(x)\}_1^\infty$ и $\{\lambda_n\}_1^\infty$ — соответственно собственные функции и собственные значения задачи Штурма-Лиувилля; $g_n(\tau)$ — коэффициент появляющийся вследствие неоднородности задачи, норма $m_n(x)$ вычисляется через выражение $\|m_n\|^2 \equiv \int_0^h m_n(x)^2 dx$.

Анализируя формулу (13) отметим, что с течением времени возрастает влияние второго слагаемого в скобках, т.к. оно содержит интегрирование за всё прошедшее время. Это второе слагаемое не содержит коэффициентов относящихся к седиментационным процессам, что означает преобладание роли диффузионных процессов над седиментационными с течением времени, что подтверждается на практике: после осаждения крупных примесей, остаются мелкие за счёт броуновского движения.

На основе вышесказанного можно отметить, что:

1. Влияние диффузионных процессов в дисперсных средах направлено на создание равномерного распределения частиц по всей занимаемой ими области, в которой происходит осаждение примесей, и чем меньше радиус частиц примесей и ближе их плотность к плотности дисперсной среды, тем это влияние сильнее.

2. Полученное уравнение (6) описывает седиментацию примесей с учётом диффузионных процессов на распределение численности частиц посторонних.

3. Так как величина светорассеяния дисперсной системы в соответствии с теорией светорассеяния Рэлея пропорциональна концентрации ($n(t)$) частиц, то полученное уравнение с $n(t)$ может быть использовано для оптической диагностики количества посторонних примесей.

Проверка адекватности

Проверка адекватности проводилась на основе анализа предельного распределения примесей по объёму пробы (рис.2). График получен для частиц железа в СОЖ. Видно, что до 8 нм влияние практически отсутствует, а с 1 нм ему подвергаются практически все частицы. В качестве предельного распределения примесей использовалась барометрическая формула:

$$n = n_0 \exp \left[- \frac{\frac{4}{3} \pi r^3 (\rho - \rho_0) g x}{kT} \right], \quad (14)$$

где n — число частиц заданного радиуса, находящихся в седиментационно-диффузионном равновесии; n_0 — число частиц при $x=0$; r — радиус частиц; ρ, ρ_0 — соответственно плотности частиц и среды; x — высота частицы; k — постоянная Больцмана; T — абсолютная температура.

Так как барометрическая формула (14) показывает сколько частиц осталось в жидкости после осаждения примесей, то из неё можно определить число примесей не зарегистрированных методом, фиксирующим только частицы примесей осевших на дно пробы.

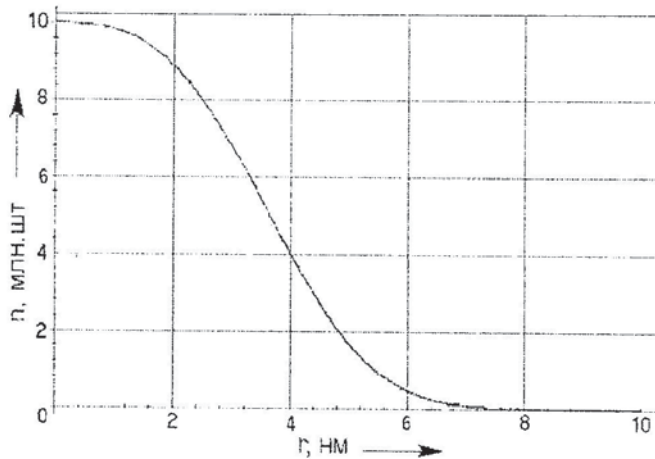


Рис. 2. Изменение количества частиц, подверженных броуновскому движению (n) в зависимости от их радиуса (r)

В качестве примесей использовались частицы железа, а в качестве среды - СОЖ. Проверка адекватности показала, что можно условно разделить все частицы на две неравные группы: почти не попадающие под влияние броуновского движения, и для которых броуновское движение оказывается сильнее седиментации. Частицы последней группы имеют очень малый размер: менее 1 нм по радиусу.

Полученные данные позволяют сделать вывод, что наибольшее влияние диффузии проявляется на частицах малого диаметра, порядка 10 нм и менее. При увеличении величин радиусов результаты математических моделей сближаются, т.е. влияние броуновского движения уменьшается.

Таким образом, хотя диффузионное влияние не является определяющим фактором движения примесей, оно может влиять на точность оценки дисперсного состава СОЖ, используемой на определённых технологических процессах. Это тонкое шлифование, доводочные операции.

Полученные данные позволяют сделать вывод, что наибольшее влияние

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Смазочно-охлаждающие технологические средства для обработки металлов резанием: Справочник / Под ред. С.Г. Энтелеса, Э.М. Берлинера. — М.: Машиностроение, 1986.
2. Полянск о Ю. В. Диагностика и управление надёжностью смазочно-охлаждающих жидкостей на операциях механообработки / Ю.В. Полянск о, А.Н. Евсеев, А.Р. Гисметулин. — Ульяновск, 2000.
3. Щ у к и н Е. Д. Коллоидная химия / Е.Д. Щукин, А.В. Перцов, Е.А. Амелина. — Изд-во Московского Университета, 1982.
4. Э й н ш т е й н А. О движении взвешенных в покоящейся жидкости частиц, требуемом молекулярно-кинетической теорией теплоты / А.Эйнштейн. — Собр. науч. тр. М.: Наука, 1966. — Т. 3. — С. 108—117.
5. К у р а н т Р. Методы математической физики. / Р. Курант, Д. Гильберт Т. 1. — М.-Л.: ГТТИ, 1933.