

## ТРАНСПОРТНОЕ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ МАШИНОСТРОЕНИЕ

532.542.4.013.2:541.12.012.3

### ВЛИЯНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОСТИ И ДВУХФАЗНОСТИ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРЕНИЯ В ПЫЛЕВОЗДУШНОМ ПОТОКЕ

Канд. техн. наук, доц. Ю.Г. ВОЛОДИН, асп. А.П. БОГДАНОВ

*Приводятся результаты расчета коэффициентов трения в широком диапазоне изменения дестабилизирующих течение факторов.*

*To showed results calculation coefficients friction in the wide diapason change the destabilized factors into flow.*

Предположим, что при достаточно большом периоде осреднения нестационарных параметров, по сравнению с временным масштабом турбулентности, нестационарность и двухфазность не оказывают влияния на структуру турбулентности пограничного слоя. Для такого квазистационарного турбулентного пограничного слоя останутся справедливыми основные предпосылки полуэмпирических теорий турбулентности.

В соответствии с гипотезой Буссинеска [1] о пропорциональности кажущихся турбулентных касательных напряжений осредненному произведению пульсационных составляющих скоростей

$$\tau_T = -\rho \bar{w}'_x \bar{w}'_y \quad (1)$$

и предположением Прандтля о существовании корреляции между пульсационными составляющими и полем осредненных скоростей

$$w'_x \sim w'_y \sim y \frac{dw_x}{dx}, \quad (2)$$

получено следующее обобщение для турбулентных касательных напряжений:

$$\tau_T = \rho l^2 \left| \frac{dw_x}{dy} \right| \frac{dw_x}{dy}. \quad (3)$$

Введение модуля производной скорости по нормали к стенке в (3) необходимо для изменения знака касательного напряжения при изменении знака производной  $dw_x/dy$ . Интегрирование (3) позволяет получить логарифмический профиль скоростей. При этом предполагается, что влиянием сил вязкости по сравнению с силами турбулентного трения на формирование профиля скоростей в турбулентном ядре пограничного слоя можно пренебречь.

Используя для длины пути смешения  $l$ , соотношение [2]

$$l = \alpha y \sqrt{\tau_0}, \quad (4)$$

и, замечая, что

$$C_f / 2 = \tau_w / (\rho_0 w_0^2), \quad (5)$$

из (3) находим значение коэффициента трения

$$\frac{C_f}{2} = \left( \int_{\omega_1}^1 \sqrt{\rho/\rho_0} d\omega \right)^2 \left( \int_{\xi_1}^1 \sqrt{\bar{\tau}/\bar{\tau}_0} \frac{d\xi}{\alpha \xi} \right)^{-2}, \quad (6)$$

где  $\alpha = 0,4$  — константа турбулентности,  $\bar{\tau}$  — относительное распределение касательных напряжений в турбулентном пограничном слое.

Выражение (6), представляющее в общей форме закон трения в турбулентном пограничном слое, для несжимаемого газа может быть упрощено

$$\frac{C_f}{2} = \alpha^2 (1 - \omega_1)^2 \left( \int_{\xi_1}^1 \sqrt{\bar{\tau}/\bar{\tau}_0} \frac{d\xi}{\xi} \right)^{-2}. \quad (7)$$

Зависимости (6) и (7) интерпретируют двухслойную модель пограничного слоя. Реализация (7) связана с необходимостью определения функции распределения касательных напряжений поперек пограничного слоя и параметрами на границе вязкого подслоя с учетом существующих возмущающих воздействий.

Из уравнения движения

$$\rho \frac{\partial w_x}{\partial t} + \rho w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + \rho w_r \frac{\partial w_x}{\partial r} = -\frac{dP}{dx} + \frac{1}{r} \frac{\partial r\tau}{\partial r} + \frac{\rho_s \beta_s}{\tau_s} (w_{sx} - w_x) \quad (8)$$

и общих соображений о физических свойствах нестационарного двухфазного пограничного слоя несжимаемого газа, обтекающего непроницаемую поверхность, следует, что на его границах должны выполняться следующие условия:

$$\begin{aligned} \xi = 0: w_x = w_r = 0, \bar{\tau} = 1, (\partial \bar{\tau} / \partial \xi)_w = \bar{\tau}'_w; \\ \xi = 1: w_x = w_0, \bar{\tau} = 0, (\partial \bar{\tau} / \partial \xi)_0 = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

В практике параметрических методов расчета профиль касательных напряжений определяется на основе аппроксимации степенными зависимостями. Если  $(\partial \bar{\tau} / \partial \xi)_w > 0$ , обычно принимают распределение касательных напряжений в виде степенного полинома [3]

$$\bar{\tau} = 0 + b\xi + c\xi^2 + d\xi^3, \bar{\tau} = \tau/\tau_w. \quad (10)$$

А в случае  $(\partial \bar{\tau} / \partial \xi)_w < 0$ , согласно [4], лучшую сходимость с экспериментом имеет функция

$$\bar{\tau} = 0 + b\xi + c\xi^d. \quad (11)$$

Для учета воздействия нестационарности и двухфазности на трение раскроем содержание параметра  $\bar{\tau}'_w = (\partial \bar{\tau} / \partial \xi)_w$ . Из уравнения движения (8), записанного для области непосредственно прилегающей к стенке ( $\xi \rightarrow 0$ ), в виде

$$-\frac{dP}{dx} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r\tau)}{\partial r} = 0, \quad (12)$$

и для области, соответствующей потенциальному ядру потока ( $\xi \geq 1$ ), в форме

$$\rho \frac{\partial w_0}{\partial t} + \rho w_0 \frac{\partial w_0}{\partial x} = -\frac{dP}{dx} + \frac{\rho_s \beta_s}{\tau_s} (w_{s,0} - w_0), \quad (13)$$

получим

$$\bar{\tau}'_w = Z + \lambda + f_s + \frac{\delta}{r_0}, \tag{14}$$

где  $Z = -\frac{2\delta}{C_f} \frac{1}{w_0^2} \frac{\partial w_0}{\partial t}$  — параметр нестационарности, (15)

$$\lambda = -\frac{2\delta}{C_f} \frac{1}{w_0} \frac{\partial w_0}{\partial x}$$
 — параметр продольного градиента давления, (16)

$$f_s = -\frac{2\delta}{C_f} \frac{\beta_s}{\tau_s w_0} \frac{\rho_s}{\rho} \left( 1 - \frac{w_{s,0}}{w_0} \right)$$
 — параметр двухфазности. (17)

После преобразований, с учетом условий (9) находим, что аппроксимация касательных напряжений для  $\bar{\tau}'_w > 0$  имеет вид:

$$\bar{\tau} = 1 + \bar{\tau}'_w \xi - (3 + 2\bar{\tau}'_w) \xi^2 + (2 + \bar{\tau}'_w) \xi^3, \tag{18}$$

а в случае  $\bar{\tau}'_w < 0$

$$\bar{\tau} = 1 + \bar{\tau}'_w \xi - (1 + \bar{\tau}'_w) \xi^d, \quad d = \bar{\tau}'_w / (1 + \bar{\tau}'_w). \tag{19}$$

Для определения параметров на границе вязкого подслоя проинтегрируем уравнение движения (8) и получим:

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial w_x}{\partial y} = & \frac{r_0 \tau_w}{(r_0 - y)} + \frac{2yr_0 - y^2}{2(r_0 - y)} \frac{dP}{dX} - \frac{1}{(r_0 - y)} \int_0^{r_0 - y} \frac{\rho_s \beta_s w_x}{\tau_s} \left( 1 - \frac{w_{s,x}}{w_x} \right) dr - \\ & - \frac{1}{(r_0 - y)} \int_0^{r_0 - y} \rho \frac{\partial w_x}{\partial t} r dr. \end{aligned} \tag{20}$$

Дефект скорости частиц в невыпадающем мелкодисперсном потоке несжимаемой жидкости согласно работам [5, 6] мал, при этом интеграл, учитывающий влияние двухфазности на профиль скоростей в вязком подслое, имеет более высокий порядок малости, по сравнению с остальными членами правой части уравнения (20).

В области вязкого подслоя ( $0 \leq \xi \leq \xi_1$ ) принимается линейное изменение локального ускорения по толщине вязкого подслоя

$$\frac{1}{\xi} \frac{\partial w_x}{\partial t} = \frac{1}{\xi_1} \left( \frac{\partial w_x}{\partial t} \right)_{\xi=\xi_1}. \tag{21}$$

С учетом принятых допущений, и учитывая, что относительная скорость на границе вязкого подслоя может быть определена выражением

$$\omega_1 = \frac{C_f}{2} \text{Re}^{**} \frac{\delta}{\delta^{**}} \xi_1 \left( 1 + \frac{\xi_1}{2} \bar{\tau}'_w - \frac{\xi_1}{6} ZS \right) / \left( 1 + \text{Re}^{**} \frac{\xi_1^2 \delta}{6\delta^{**}} \frac{C_f}{2} Z \right), \tag{22}$$

где  $S = w_0 (\partial \omega_1 / \partial t) / (\partial w_0 / \partial t)$

Двухслойная модель пограничного слоя предполагает равенство на границе вязкого подслоя турбулентного и молекулярного трения [3]

$$\rho \left( y \frac{\partial w_x}{\partial y} \right)_1^2 = \mu \left. \frac{\partial w_x}{\partial y} \right|_{y=\xi_1}. \tag{23}$$

Из данного выражения может быть получен безразмерный комплекс (критическое число Рейнольдса)

$$\text{Re}_1 = \left( \frac{y^2}{\nu} \frac{\partial w_x}{\partial y} \right)_1, \quad (24)$$

используя который и определяют возможность существования вязкого течения при распространении возмущений из внешней области пограничного слоя. Делая предположение о консервативности критического числа Рейнольдса, аналогично работам [3, 7] используем в дальнейшем значение

$$\eta_1 = \sqrt{\text{Re}_1} \quad (25)$$

в качестве критерия устойчивости вязкого подслоя.

Замечая, что распределение скорости в вязком подслое линейно и определяется равенством

$$\frac{w_x}{\nu^*} = \frac{y \nu^*}{\nu}, \quad (26)$$

из (22) получим в безразмерном виде выражение, соответствующее границе вязкого подслоя

$$\xi_1 = \eta_1^2 / \left( \omega_1 \text{Re}^{**} \frac{\delta^*}{\delta^{**}} \right). \quad (27)$$

Отсюда с учетом выражения для скорости на границе вязкого подслоя (22) получим уравнение в неявном виде, определяющее безразмерную толщину вязкого подслоя

$$\xi_1 = \eta_1 / \left\{ \text{Re}^{**} \frac{\delta}{\delta^{**}} \left[ \frac{C_f}{2} \left( 1 + \xi_1 \frac{\bar{\tau}'_w}{2} - Z \frac{\xi_1}{6} S \right) / \left( 1 + \text{Re}^{**} \frac{\delta}{\delta^{**}} \frac{\xi_1^2}{6} \frac{C_f}{2} Z \right) \right]^{0,5} \right\}. \quad (28)$$

В данном выражении для нестационарных и двухфазных течений принималось значение  $\eta_1 = 11,6$  при логарифмическом профиле скоростей во внешней части турбулентного пограничного слоя.

Результаты аналитического исследования влияния нестационарности и двухфазности на относительный коэффициент трения  $\Psi_Z = (C_f / C_{f0})_{\text{Re}^{**} = \text{idem}}$  и  $\Psi_{fs} = (C_f / C_{f0})_{\text{Re}^{**} = \text{idem}}$  представлены на рис. 1 и 2.

Получено, что временное ускорение потока приводит к росту  $\Psi_Z$ , а замедление к его уменьшению. В двухфазных течениях, при наличии отрицательных дефектов скоростей частиц ( $\Delta_s < 0$ ), присутствие частиц ускоряет движение несущей фазы и, наоборот, при  $\Delta_s > 0$  частицы притормаживают несущий поток. Это дает основание рассматривать влияние двухфазности по аналогии с воздействием нестационарности на относительный коэффициент трения.

При равных по модулю параметрах двухфазности и нестационарности изменение относительных коэффициентов трения  $\Psi_{fs}$  и  $\Psi_Z$  сильнее проявляется в замедленных потоках, что хорошо согласуется с данными по воздействию ускорения и замедления на турбулентную структуру течений. С увеличением числа  $\text{Re}^{**}$  влияние нестационарности и двухфазности на изменение  $\Psi_{fs}$  и  $\Psi_Z$  ослабевает.

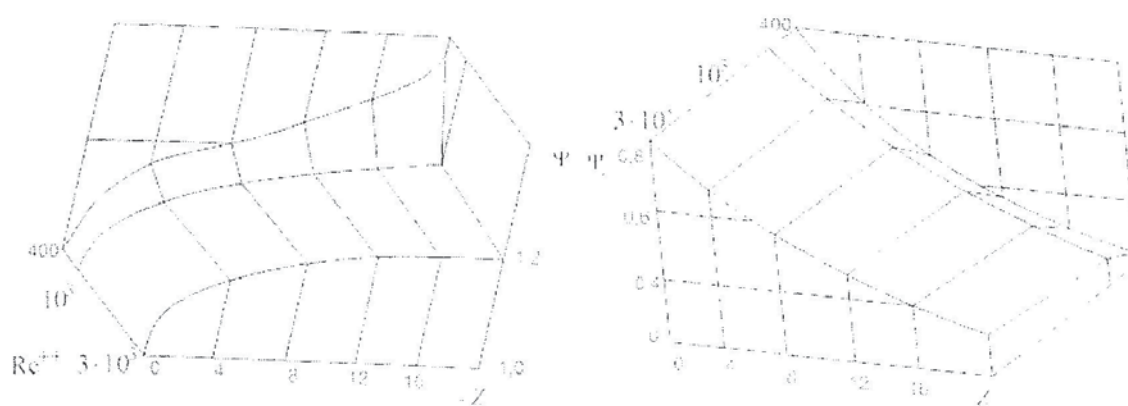


Рис. 1. Зависимость коэффициента трения от параметра нестационарности

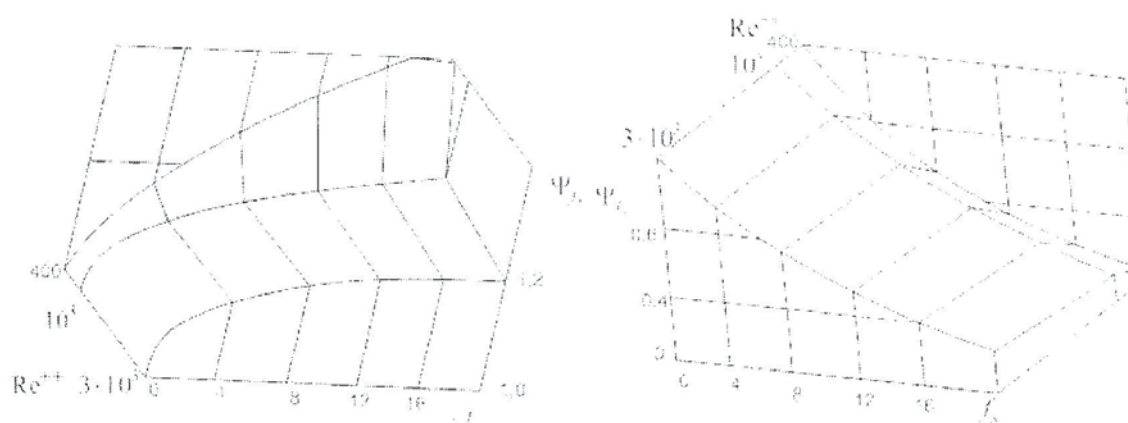


Рис. 2. Зависимость коэффициента трения от параметра двухфазности

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. — М.: Физматгиз, 1974. — 711 с.
2. Кусто Ж., Депозер А., Худевиль Р. Структура и развитие турбулентного пограничного слоя в осциллирующем внешнем потоке. — В кн.: Турбулентные сдвиговые течения 1. — М.: Машиностроение, 1982. — С. 159—177.
3. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое. — М.: Энергия, 1972. — 342 с.
4. Фафурин А. В., Муслимов Р. А., Шангареев К. Р. Экспериментальное исследование нестационарной теплоотдачи в двухфазном потоке на начальном участке трубы / Тепло- и массообмен в хим. технол. — Казань, 1978. — С. 52—55.
5. Бусройд Р. Течение газа со взвешенными частицами. — М.: Мир, 1975. — 379 с.
6. Соу С. Гидродинамика многофазных систем. — М.: Мир, 1971. — 536 с.
7. Фафурин А. В., Муслимов Р. А. Двухфазный пограничный слой в трубах / Тепло- и массообмен в хим. технол. — Казань, 1981. — С. 8—11.