

## ПРИБЛИЖЕННОЕ ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ НИЗШЕЙ СОБСТВЕННОЙ ЧАСТОТЫ КРИВОЛИНЕЙНОГО СТЕРЖНЯ С ВИНТОВОЙ ОСЬЮ

Асп. Р. Н. БАДИКОВ, д-р техн. наук, проф. Ф. Д. СОРОКИН

*На основе известных уравнений механики стержней В. А. Светлицкого формулируется краевая задача для криволинейного стержня с винтовой осью, с помощью которой проводится решение задачи поиска низшей собственной частоты, а также находится приближенное выражение для зависимости низшей собственной частоты стержня от его физических параметров.*

*The equations of the theory of thin elastic rod was used to solve the boundary value problem which was formed for a rod with a cylindrical spring geometry. Based on this static solution the lower own frequency was found and the equation for lower own frequency versus rod parameters was determined.*

Для целей просеивания сухого сыпучего материала применяются так называемые «пружинные просеиватели», рабочим органом которых являются цилиндрические пружины. Они просеивают рабочий сыпучий материал сквозь зазоры между витками пружины. Одна из схем использования цилиндрической пружины в подобных мельницах изображена на рис. 1. Пружина, закрепленная по кромке, кинематически приводится в циклическое движение в вертикальной плоскости под углом к горизонтали. Стремление контролировать межвитковое расстояние пружинного просеивателя привело к необходимости избегать резонансных режимов работы, что поставило задачу поиска подобных режимов.

Предположим, что виток пружины, заделанный по концам, подобен консольной балке (рис. 2). Воспользуемся выражением для низшей собственной частоты консольной балки из [4]

$$p_1 \approx K_1 \sqrt{\frac{EJ}{ql^4}} \quad (1)$$

с тем, чтобы найти первое приближение к выражению для низшей собственной частоты заделанного по концам витка пружины с параметрами:  $D_0$  — диаметр витка пружины;  $d_0$  — диаметр проволоки пружины;  $\alpha_0$  — угол подъема витка пружины;  $\rho$  — плотность материала пружины;  $E$  — модуль упругости первого рода;  $K_1$  — коэффициент пропорциональности.

В (1) изгибный момент инерции балки  $J = \frac{2\pi d_0^4}{32}$  вычислим как удвоенную изгибную жесткость витка пружины, а массу единицы длины балки

$$q = \rho \frac{\pi d_0^2}{4} \pi D_0 \frac{1}{D_0} = \rho \frac{\pi^2 d_0^2}{4}$$

как массу витка пружины, поделенную на диаметр витка пружины. Длину балки  $l = D_0$  положим равной диаметру витка пружины.

С учетом параметров витка пружины выражение (1) примет вид

$$p_1 \approx K_1 \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \frac{d}{D^2} = K_2 \sqrt{\frac{E}{\rho}} \frac{d}{D^2}, \quad (2)$$

где  $K_2 = K_1 \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$ .

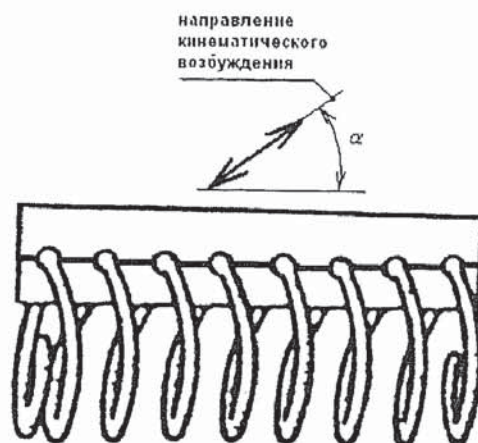


Рис. 1. Схема просенвателя

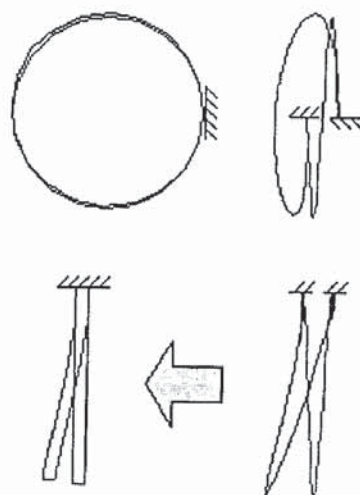


Рис. 2. Форма низшей частоты колебаний витка пружины и консольной балки

Для целей поиска значения коэффициента  $K_2$  в (2) — низшей частоты собственных колебаний витка пружины, заделанного по концам, была сформулирована краевая задача статики механики стержней [1], а для целей поиска равновесного состояния — краевая задача динамики малых колебаний механики стержней [2] относительно найденного в задаче статики состояния равновесия. Стержень с геометрией витка пружины был заделан по концам, т.е. были ограничены перемещения и углы поворота. Влияние силы тяжести на частоту колебаний не учитывали. Присутствие обрабатываемого материала также не учитывалось.

Параметры витков цилиндрической пружины, исследуемых в ходе численного эксперимента, а также найденные частоты приведены в таблице.

Таблица

|   |       |        |        |
|---|-------|--------|--------|
| Плотность материала, кг/м <sup>3</sup>        | 7800  | 7800   | 7800   |
| Диаметр проволоки, м                          | 0,006 | 0,0055 | 0,003  |
| Диаметр пружины, м                            | 0,26  | 0,065  | 0,065  |
| Модуль упругости 1-го рода, Па                | 2E+11 | 2E+11  | 2E+11  |
| Первая частота мех. стерж., рад/с             | 183   | 2681   | 1460   |
| Первая частота пригл. ( $K_2 = 1,44$ ), рад/с | 182,6 | 2677,7 | 1460,6 |
| Разница, %                                    | 0,23  | 0,12   | 0,04   |

Величина коэффициента  $K_2$ , обеспечивающего наименьшую разницу между приближенным значением низшей собственной частоты и значением, полученным с использованием теории механики стержней [1, 2], была подобрана равной  $K_2 = 1,44$ , т. е. выражение (2) имеет вид

$$p_1 \approx 1,44 \sqrt{\frac{E}{\rho}} \frac{d}{D^2}. \quad (3)$$

Полученное приближенное выражение позволит конструкторам проектировать «пружинные просеиватели», построенные по схеме, изображенной на рис. 1, без применения сложных численных моделей с приемлемой, в конструкторских расчетах, точностью.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Светлицкий В. А. Механика стержней: Учеб. для вузов. В 2-х ч. Ч. 1. Статика. — М.: Высшая школа, 1987. — 320 с.
2. Светлицкий В. А. Механика стержней: Учеб. Для вузов. В 2-х ч. Ч. 2. Динамика. — М.: Высшая школа, 1987. — 304 с.
3. Андреева Л. Е. Упругие элементы приборов. — М.: Машиностроение, 1981. — 392 с.
4. Расчеты на прочность в машиностроении / С. Д. Пономарев, В. Л. Бидерман и др. — М.: Машгиз, 1959. — Т. 3. — 1120 с.

539.3

### ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ УПРУГОЙ ПОЛОСЫ ПРИ СЖАТИИ

Канд. физ.-мат. наук, доц. Ю. Г. МОРОЗОВ, канд. физ.-мат. наук, ст. препод. Н. В. МИНАЕВА

*Рассматривается поведение упругой полосы при всестороннем сжатию. На плоскости параметров, характеризующих внешнее воздействие, найдена граница области, в пределах которой напряженно-деформированное состояние полосы будет близко к однородному.*

*The behavior of an elastic strip is considered at all-round compression. On a plane of the parameters characterizing the exposure, the area boundary is found where the intense-deformed condition of a strip should be close to the homogeneous.*

Рассмотрим поведение упругой полосы как наиболее простого по форме элемента различных конструкций (например, резиновых амортизаторов). В условиях плоской деформации напряженно-деформированное состояние полосы из упругого несжимаемого (для упрощения выкладок) материала будет описываться следующей системой уравнений [1, 2]: