№ 7 2007

621.93

ТЕПЛОФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАГОТОВКИ ОТ ДЕЙСТВИЯ ЕДИНИЧНОГО ТЕПЛОВОГО ИСТОЧНИКА — АБРАЗИВНОГО ЗЕРНА

Канд. техн. наук, доц. А.А. ДЬЯКОНОВ

В работе получена математическая модель температурного поля заготовки от единичного теплового источника при шлифовании. Данная модель позволяет исследовать температурное поле заготовки в любой интересующий момент времени его формирования, а также распространение тепла как в направлении вектора скорости резания, так и в перпендикулярном к нему.

In work the mathematical model of a temperature field of a detail is received at grinding. The given model allows to investigate a temperature field of a detail at any interesting moment of time of his formation, and also distribution of heat both in a direction of a vector of speed of cutting, and in perpendicular to it.

Нагреву в зоне шлифования подвергаются лишь тонкие слои детали. Поэтому геометрией детали при описании температурного поля можно пренебречь, т.е. для трехмерного случая решать задачу о нагреве полупространства источниками, движущимися по его поверхности. В этих допущениях процесс теплопередачи математически сводится ко второй краевой задаче для уравнения теплопроводности в полупространстве.

Однако, как показано целым рядом исследователей [1, 2], для процессов шлифования применима теория быстродвижущихся источников, предложенная Н.Н. Рыкалиным [3]. Использование этой теории позволяет уменьшить число независимых координат и привести интегральное решение уравнения теплопроводности для отдельно взятого теплового источника к виду

$$U(y,z,t)=\frac{1}{2\pi\lambda}\int_0^t\frac{q(t')}{t-t'}dt\int_{-0,5B}^{0,5B}\exp\left(-\frac{(z-z')^2+y^2}{4\chi(t-t')}\right)dz', \tag{1}$$

где $U(y, z, t)$ — температура в момент времени t на глубине y в точке с координатой по ширине z; q — интенсивность теплового источника; λ,— теплопроводность материала; χ — температуропроводность материала; B — длина площадки затупления абразивного зерна.

С.Н. Корчаком показано, что изменение температуры по глубине поверхности детали в диапазоне 0,002–0,010 мм являются незначительными, т.к. резкий спад температур наблюдается на глубине выше 0,015мм [2].

Исходя из этого, целесообразно перейти к решению двумерной задачи и отойти от третьей координаты (y), в результате чего зависимость (1) примет следующий вид

$$U(z,t)=\frac{1}{2\pi\lambda}\int_0^t\frac{q(t')}{t-t'}dt\int_{-0,5B}^{0,5B}\exp\left(-\frac{(z-z')^2}{4\chi(t-t')}\right)dz'. \tag{2}$$

Зависимость (3) описывает процесс нагрева от единичного теплового источника. Для реализации остывания необходимо решить (2) по времени «паузы» между двумя соседними источниками — τ:

$$U(z,t)=\frac{1}{2\pi\lambda}\int_0^\tau\frac{q(t')}{\sqrt{4\pi\chi(t-t')}}dt\int_{-0,5B}^{0,5B}\exp\left(-\frac{z^2}{4\chi(t-t')}\right)dz'. \tag{3}$$

В результате температурное поле в зоне контакта от единичного источника тепла — абразивного зерна можно описать системой уравнений (4).

$$U(z,t)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\pi\lambda}\int\limits_0^t\dfrac{q(t')}{t-t'}dt\int\limits_{-0,5B}^{0,5B}\exp(-\dfrac{(z-z')^2}{4\chi(t-t')})dz' & \text{при}\, 0<t<\tau;\\ \dfrac{1}{2\pi\lambda}\int\limits_0^\tau\dfrac{q(t')}{\sqrt{4\pi\chi(t-t')}}dt\int\limits_{-0,5B}^{0,5B}\exp(-\dfrac{z^2}{4\chi(t-t')})dz' & \text{при}\, \tau<t<t_1.\end{cases} \tag{4}$$

Решение уравнения (4) можно упростить за счет применения специальных функций [4]:

$$U(z,t)=\begin{cases}q\dfrac{\sqrt{\chi t}}{\lambda\sqrt{\pi}}\left\{erf\left[\dfrac{0,5B+z}{\sqrt{4\chi t}}\right]+erf\left[\dfrac{0,5B-z}{\sqrt{4\chi t}}\right]+\dfrac{0,5B+z}{\sqrt{4\pi\chi t}}E_i\left(-\dfrac{(0,5B+z)^2}{4\chi t}\right)+\right.\\ \left.+\dfrac{0,5B_з-z}{\sqrt{4\pi\chi t}}E_i\left(-\dfrac{(0,5B-z)^2}{4\chi t}\right)\right\} \qquad \text{при } 0<t<\tau;\\ q\dfrac{\sqrt{\chi t}}{\lambda\sqrt{\pi}}\left\{erf\left[\dfrac{0,5B+z}{\sqrt{4\chi t}}\right]+erf\left[\dfrac{0,5B-z}{\sqrt{4\chi t}}\right]+\dfrac{0,5l_з+z}{\sqrt{4\pi\chi t}}E_i\left(-\dfrac{(0,5B+z)^2}{4\chi t}\right)\right.\\ \left.+\dfrac{0,5B-z}{\sqrt{4\pi\chi t}}E_i\left(-\dfrac{(0,5B-z)^2}{4\chi t}\right)\right\}-q\dfrac{\sqrt{\chi(t-\tau)}}{\lambda\sqrt{\pi}}\left\{erf\left[\dfrac{0,5B+z}{\sqrt{4\chi(t-\tau)}}\right]+\right.\\ erf\left[\dfrac{0,5B-z}{\sqrt{4\chi(t-\tau)}}\right]+\dfrac{0,5B+z}{\sqrt{4\pi\chi(t-\tau)}}E_i\left(-\dfrac{(0,5B+z)^2}{4\chi(t-\tau)}\right)+\\ \left.+\dfrac{0,5B-z}{\sqrt{4\pi\chi(t-\tau)}}E_i\left(-\dfrac{(0,5B-z)^2}{4\chi(t-\tau)}\right)\right\} \qquad \text{при } \tau<t<t_1,\end{cases} \tag{5}$$

где q — интенсивность теплового источника; λ — коэффициент теплопроводности материала; a — половина длины теплового источника (a = 0,5 В); $erf(x)$ — функция ошибок; E_i — интегральная показательная функция; z — координата источника по оси z; χ — коэффициент температуропроводности материала.

$$erf(x)=\frac{2}{\pi}\int\limits_0^x e^{-x^2}dx. \tag{6}$$

Значение функции (6) и интегральной функции E_i изучены и затабулированы [4].

Полученная математическая модель (5) и применение метода суперпозиций и параллельного переноса координат позволяют исследовать температурное поле детали при шлифовании в любой интересующий момент времени его формирования, а также распространение тепла как в направлении вектора скорости резания, так и в перпендикулярном к нему.

№ 7 2007

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кошин А. А. Исследование функциональных связей между предельными режимами и тепловыми критериями процессов алмазно-абразивной обработки: дис. … канд. техн. наук / А.А. Кошин. — Челябинск, 1974. — 187 с.
2. Корчак С. Н. Теория обрабатываемости сталей и сплавов при абразивной обработке / С.Н. Корчак // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». —1994. — №4. — С. 82–90.
3. Рыкалин Н. Н. Расчеты тепловых процессов при сварке / Н.Н. Рыкалин. — М.: Машгиз, 1951. — 296 с.
4. Карслоу Г. Теплопроводность твердых тел / Г. Карслоу, Д. Егер. — М.: Наука, 1964. — 488 с.