

ВЛИЯНИЕ ЗАЗОРОВ НА ПРОСТРАНСТВЕННУЮ ПОГРЕШНОСТЬ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ МАНИПУЛЯТОРА С ВРАЩАТЕЛЬНЫМИ КИНЕМАТИЧЕСКИМИ ПАРАМИ

Асп. НАСЕР АЛАА ЕДИН, канд. техн. наук, доц. А. М. РОМАШКО

Рассматривается влияние зазоров на погрешность позиционирования для телеуправляемого мобильного робота. Разработана геометрическая модель «зазора» во вращательной кинематической паре. Показано, как внешние нагрузки влияют на перемещение элементов вращательной кинематической пары в зазоре. Разработан метод определения погрешности позиционирования рабочего органа манипулятора, возникающей вследствие наличия зазоров во вращательных кинематических парах.

Influence of clearances on an error of positioning for the long-distance mobile robot is examined. The geometrical model of "clearance" in a rotational kinematical pair is developed. It is displayed how external loadings influence migration of the rotational kinematical pair elements in the clearance. The method of an error definition at the positioning of the end-effector of the manipulator, arising due to presence of clearances in rotational kinematical pairs is developed.

В [1] сформулировано понятие погрешности позиционирования для телеуправляемого мобильного робота как величины, характеризующей отклонение положения центра захвата от теоретического положения, рассчитываемого для манипулятора с абсолютно жесткими звеньями и идеальными кинематическими парами. Это отклонение возникает по различным причинам, в частности, на погрешность позиционирования влияют упругие деформации звеньев манипулятора и зазоры в подвижных соединениях звеньев, причем предварительный анализ показал, что их влияние примерно одинаково. В [1] задача рассматривалась в упрощенной постановке с целью приближенной оценки погрешности позиционирования рабочего органа. В известных методах [1, 2] задача обычно рассматривается как плоская, поэтому расчет не позволяет определить пространственные характеристики погрешности позиционирования и, соответственно, реальное положение рабочего органа в пространстве. В [3] предложен метод определения пространственной погрешности позиционирования рабочего органа, возникающей вследствие зазоров в кинематических парах манипулятора. К сожалению, сделанные нами по этому методу расчеты не всегда приводили к положительным результатам.

Ниже приводятся результаты разработанного нами метода определения пространственной погрешности позиционирования рабочего органа, возникающей из-за наличия зазоров во вращательных кинематических парах манипулятора. Влияние зазора на погрешность позиционирования определялось сравнением координат центра рабочего органа (захвата), рассчитанных для идеальной кинематической цепи с координатами этой же точки рассчитанными по предлагаемому методу.

Модель зазора

Обычно в манипуляторах применяются два вида кинематических пар 5-го класса, оставляющих звеньям одну степень свободы в относительном движении: вращательные и поступательные кинематические пары. В реальных вращательных кинематических парах между элементами пары имеется зазор Δ (рис. 1), который является причиной смещения одного звена относительно другого под действием нагрузки.

В идеальной модели кинематической пары начала систем координат, связанных с двумя смежными звеньями, совпадают между собой и с идеальным центром кинематической пары (рис. 2, а).

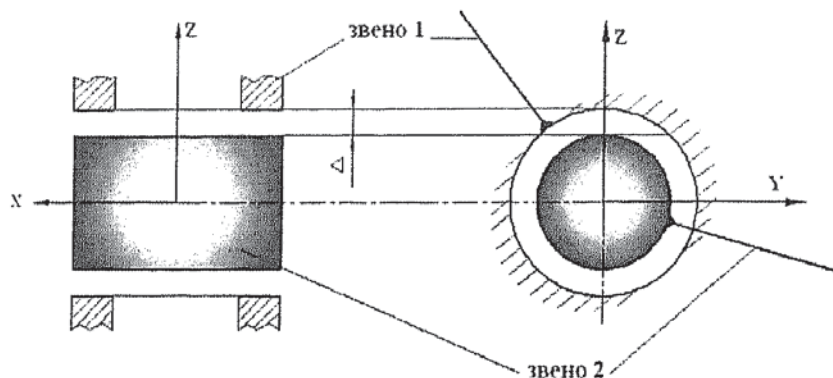


Рис. 1. Схема вращательной кинематической пары с зазорами

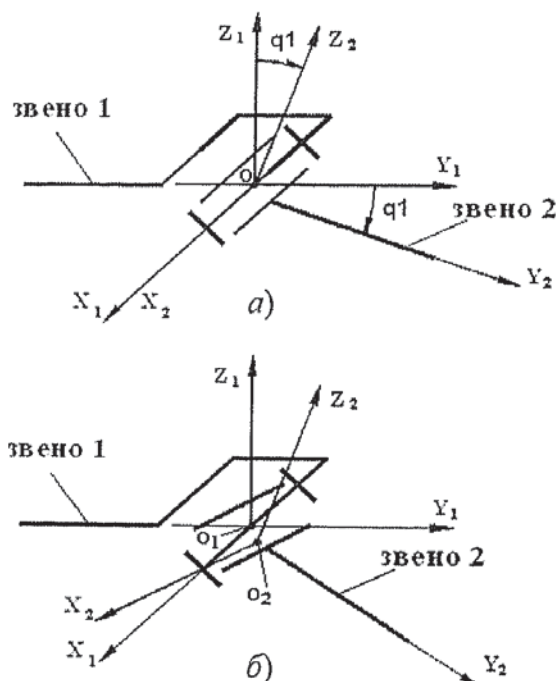


Рис. 2. Модели вращательной кинематической пары для геометрического анализа манипулятора: а — идеальная модель вращательной кинематической пары; б — модель вращательной кинематической пары с зазором

В модели кинематической пары, учитывающей зазор, наличие зазора можно рассматривать как введение дополнительных степеней подвижности [4] (рис. 2, б). Преобразование координат при переходе от системы координат, связанной с одним из звеньев, к системе координат, связанной с другим звеном, оказывается более сложным.

Для кинематической пары, в которой величина зазора намного меньше размеров оси и втулки, ось кинематической пары диаметром d можно заменить отрезком прямой линии. При этом диаметр отверстия втулки D принимается равным 2Δ (рис. 3), где Δ — это величина зазора между осью и втулкой при их соосном положении в кинематической паре.

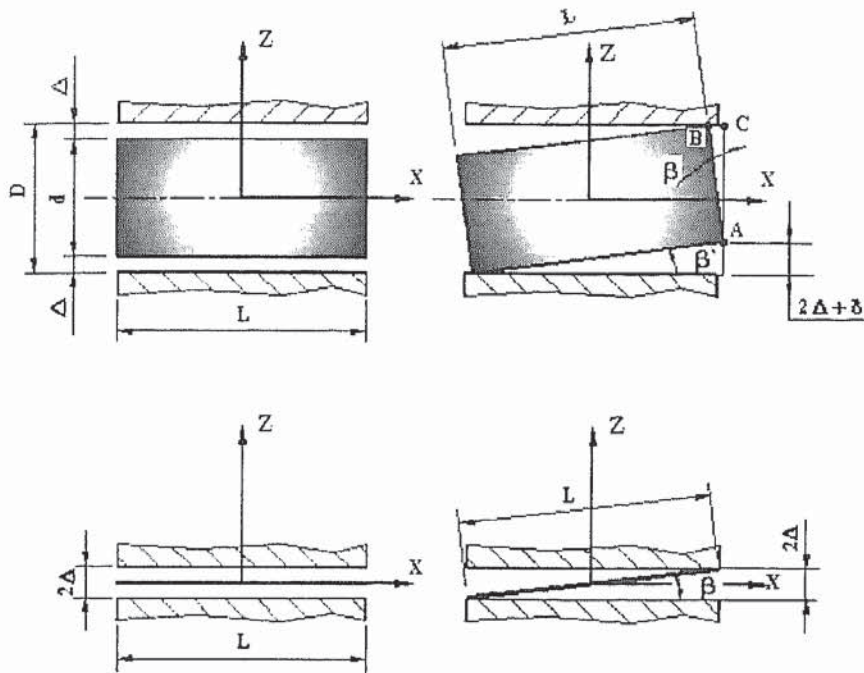


Рис. 3. Схематизация зазора в кинематической паре

В шарнирах манипуляторов размеры осей и втулок примерно таковы: $d = (10 \dots 200)$ мм, при этом $L = (2 \dots 5)d$, где d — диаметр оси шарнира, L — длина оси шарнира; меньшие значения множителя в выражении для длины осей обычно соответствуют осям большего диаметра. Расчеты показывают, что для таких размеров в шарнирах, выполненных по 11 качеству точности при схематизации по рис. 3, ошибка в определении угла поворота оси в зазоре очень мала и не превышает 0,05 %.

Направления относительного смещения элементов вращательной кинематической пары, возникающего вследствие зазоров в паре, совпадают с направлениями реакций в кинематической паре [5]. Поэтому для определения направления смещения необходимо предварительно определить все реакции в кинематической паре (например: кинестатическим методом, графо-аналитическим методом). Их можно определить, приведя к центру кинематической пары силы и моменты сил $F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z$, действующих на захвате (рис. 4).

Для манипулятора с незамкнутой кинематической цепью (рис. 4, а) можно привести указанные силовые факторы к центру кинематической пары, например, к точке D, рассматривая уравнения статического равновесия сил в шарнире (рис. 4, б):

$$-\overline{P}_D = B_{MO} \overline{P}_M,$$

где

$$\overline{P}_D = - \begin{bmatrix} F_{Dx} \\ F_{Dy} \\ F_{Dz} \\ M_{Dx} \\ M_{Dy} \\ M_{Dz} \end{bmatrix}; \quad B_{MO} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -H_{Mz} & H_{My} & 1 & 0 & 0 \\ H_{Mz} & 0 & -H_{Mx} & 0 & 1 & 0 \\ -H_{My} & H_{Mx} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \overline{P}_M = \begin{bmatrix} F_{Mx} \\ F_{My} \\ F_{Mz} \\ M_{Mx} \\ M_{My} \\ M_{Mz} \end{bmatrix}.$$

Здесь H_{Mx} , H_{My} , H_{Mz} — координаты точки M в системе координат с началом в точке D .

Для манипулятора с замкнутой кинематической цепью (рис. 4, б) считаем, что в кинематической паре E действует только сила, направленная вдоль прямой, проходящей через точки E и N , так как гидроцилиндр соединяется с конструкцией шаровыми кинематическими парами.

Для определения силы F_C , действующей в гидроцилиндре, составляется уравнение моментов относительно оси, проходящей через шарнир D . Так как эта ось параллельна оси X , то момент относительно оси X в шарнире будет равен нулю

$$\sum M_{oxD} = 0;$$

$$M_{Mx} + F_{My}H_{Mz} + F_{Mz}H_{My} + F_C H_C = 0;$$

$$F_C = (-M_{Mx} - F_{My}H_{Mz} - F_{Mz}H_{My}) / H_C.$$

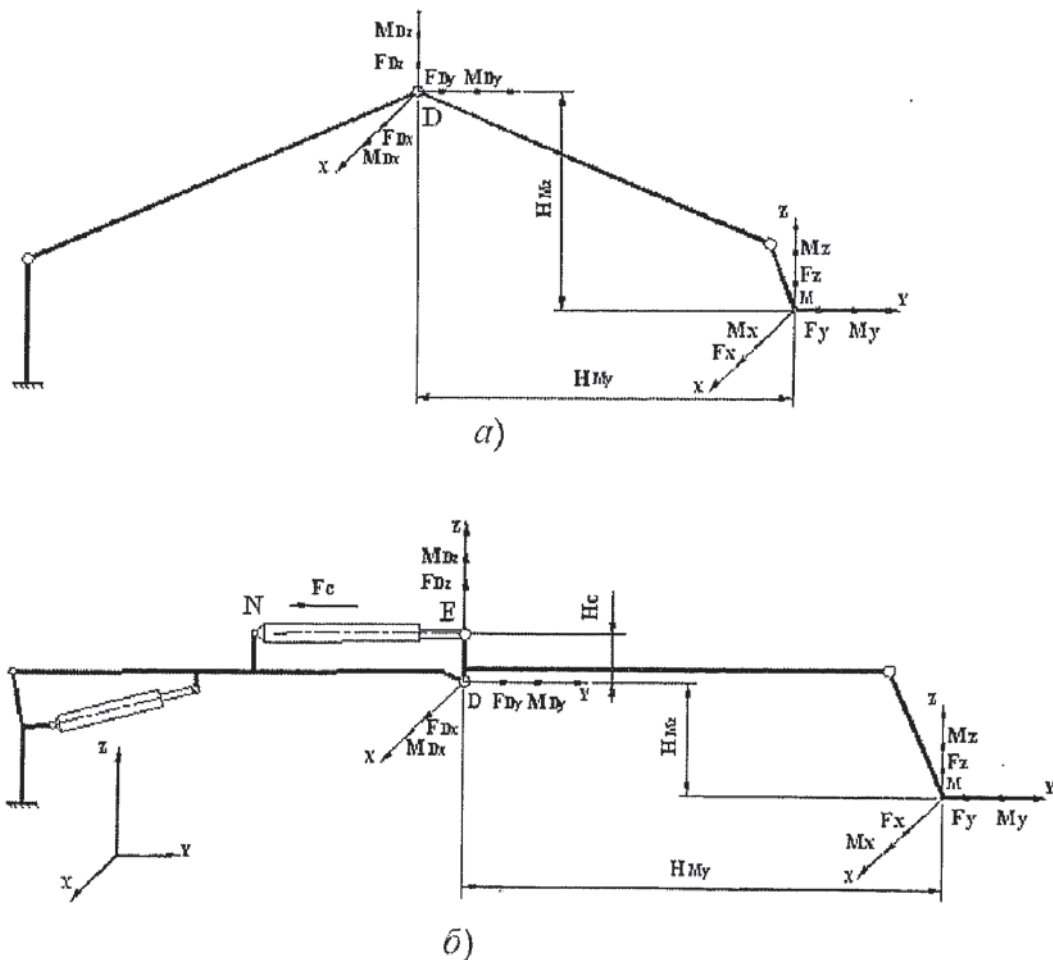


Рис. 4. Схема к приведению сил: а — манипулятор с незамкнутой кинематической цепью; б — манипулятор с замкнутой кинематической цепью

Для приведения сил и моментов сил к шарниру D используются уравнения статического равновесия (проекции сил на ось X не рассматриваем, так как ось X совпадает с осью шарнира и соответствующие силы не влияют на выбор зазора Δ)

$$\begin{aligned} \sum F_{oyD} = 0; \quad F_{Dy} + F_{My} - F_{Cy} = 0 &\rightarrow F_{Dy} = F_{Cy} - F_{My}; \\ \sum F_{ozD} = 0; \quad F_{Dz} + F_{Mz} - F_{Cz} = 0 &\rightarrow F_{Dz} = F_{Cz} - F_{Mz}; \\ \sum M_{oyD} = 0; \quad M_{Dy} + M_{My} - F_{Mx}H_{Mz} + F_{Mz}H_{Mx} = 0 &\rightarrow \\ M_{Dy} = -M_{My} + F_{Mx}H_{Mz} - F_{Mz}H_{Mx}; \\ \sum M_{ozD} = 0; \quad M_{Dz} - M_{Mz} + F_{Mx}H_{My} - F_{My}H_{Mx} = 0 &\rightarrow \\ M_{Dz} = M_{Mz} - F_{Mx}H_{My} + F_{My}H_{Mx}. \end{aligned}$$

Полученные значения сил и моментов сил в шарнире используются для анализа направлений перемещения оси шарнира во втулке. Перемещение звена, при наличии зазора во вращательной кинематической паре, характеризуется уже не одной, а несколькими обобщенными координатами [6].

Для определения реакций в опорах оси шарнира анализируем силы и моменты сил, действующие на ось в двух плоскостях (рис. 5). Уравнения статического равновесия оси имеют вид

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_{Dx} \\ F_{Dy} \\ F_{Dz} \\ M_{Dx} \\ M_{Dy} \\ M_{Dz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{Ax} \\ M_{Ax} \\ F_{Az} \\ F_{Ay} \\ F_{Bz} \\ F_{By} \end{bmatrix}.$$

Решая эту систему уравнений, получаем значения реакций в опорах *A* и *B*.

Направления смещения элементов кинематической пары в зазоре определяются углами α_A, α_B (рис. 5)

$$\alpha_B = \arctg \frac{F_{Bz}}{F_{By}}, \quad \alpha_A = \arctg \frac{F_{Az}}{F_{Ay}}.$$

Реакция F_{Ax} влияет только на смещение оси шарнира вдоль оси *X* и в данной модели, это смещение не рассматриваем.

В соответствии с рис. 6 можно записать выражения для перемещений оси шарнира и ее концов *A'* и *B'*

$$\begin{aligned} z_{A'} = \Delta \sin \alpha_A, \quad y_{A'} = \Delta \cos \alpha_A, \quad x_{A'} = \frac{L}{2}; \\ z_{B'} = \Delta \sin \alpha_B, \quad y_{B'} = \Delta \cos \alpha_B, \quad x_{B'} = -\frac{L}{2}; \\ \overline{O_1A} = [L/2 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T, \quad \overline{AA'} = [0 \quad \Delta \cos \alpha_A \quad \Delta \sin \alpha_A \quad 1]^T, \\ \overline{O_1B} = [-L/2 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T, \quad \overline{BB'} = [0 \quad \Delta \cos \alpha_B \quad \Delta \sin \alpha_B \quad 1]^T, \end{aligned}$$

$$\overline{O_1A'} = \overline{O_1A} + \overline{AA'}, \quad \overline{O_1B'} = \overline{O_1B} + \overline{BB'}$$

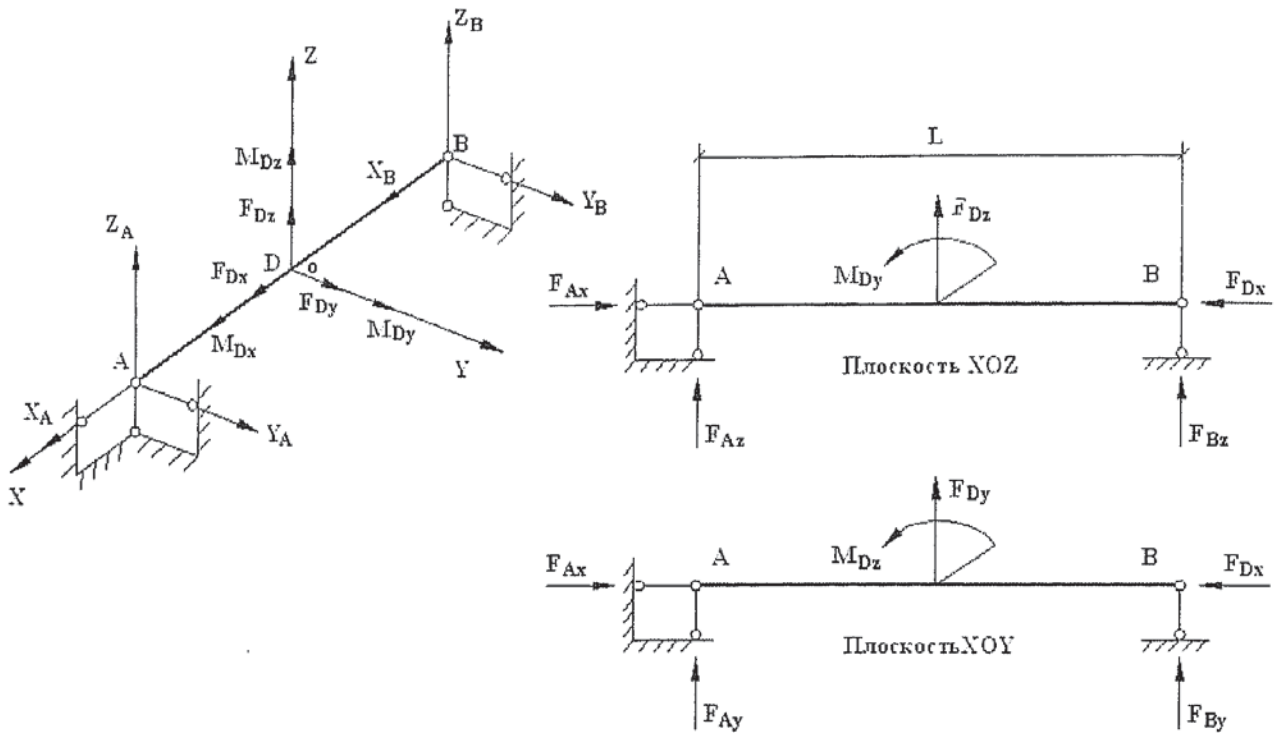


Рис. 5. Расчетная схема для определения реакций во вращательной кинематической паре

Положение точки O_2 (начала системы координат, связанной со звеном 2) определяется

ся вектором $\overline{O_1O_2} = \left[\frac{x_{A'} + x_{B'}}{2} \quad \frac{y_{A'} + y_{B'}}{2} \quad \frac{z_{A'} + z_{B'}}{2} \quad 1 \right]^T$, а преобразование координат при параллельном переносе исходной системы координат в точку O_2 реализуется с помощью матрицы преобразования

$$T_{O_1O_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{x_{A'} + x_{B'}}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{y_{A'} + y_{B'}}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{z_{A'} + z_{B'}}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Далее, для перехода к системе координат, связанной с осью шарнира, определяем углы γ , β и матрицы соответствующих преобразований поворота. Поворот на угол γ осуществляется относительно оси Z : $\gamma = \text{arctg} \frac{y_{A'} - y_{B'}}{L}$. Поворот на угол β относительно оси Y :

$\beta = \text{arctg} \frac{z_{A'} - z_{B'}}{L}$. Соответствующие матрицы преобразований поворота имеют вид

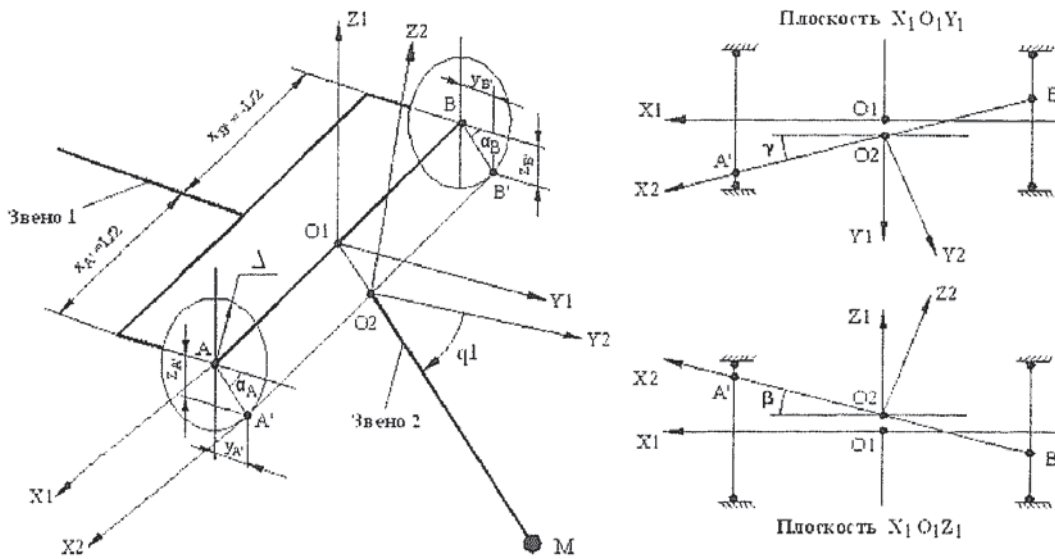


Рис. 6. Расчетная схема для перемещений во вращательной кинематической паре с учетом зазоров

$$T_\gamma = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, T_\beta = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Для окончательного перехода к системе координат, связанной со звеном 2, необходимо выполнить преобразование поворота соответствующее обобщенной координате \$q_1\$. Матрица преобразования поворота имеет вид

$$T_{q_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_1 & \sin q_1 & 0 \\ 0 & -\sin q_1 & \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, при повороте звена 2 на угол соответствующий обобщенной координате \$q_1\$ без учета зазора, функция положения точки \$M\$ определяется выражением (рис. 6): \$\overline{O_1M} = T_{q_1}^{-1} \overline{O_2M}\$.

С учетом зазора выражение для функции положения имеет вид

$$\overline{(O_1M)'} = T_{O_1O_2}^{-1} T_\gamma^{-1} T_\beta^{-1} T_{q_1}^{-1} \overline{O_2M}.$$

Отклонение фактического (с учетом зазора) положения точки \$M\$ от идеального (без зазоров) определяется вектором погрешности \$\delta = \overline{(O_1M)'} - \overline{O_1M}\$. В однородных координатах \$\delta = [\delta x \ \delta y \ \delta z \ 1]^T\$.

Проверку правильности метода расчета проводили, задавая силы и моменты сил, действующие на рабочий орган, такими, чтобы смещение оси в шарнире было очевидным и в определенном направлении. Расчеты проводили для реального манипулятора. Кинематическая схема шарнира с соответствующими положениями оси шарнира показана на рис. 7. Результаты расчета приведены в таблице.

По предлагаемому методу рассчитывалось влияние зазоров на погрешность позиционирования рабочего органа манипулятора мобильного робота грузоподъемностью 500 кг и вылетом 8 м (рис. 4, б). Максимальное отклонение положения центра захвата от

идеального теоретического положения при расчете с учетом зазоров составляет около 50 мм. Конкретные значения отклонения положения зависят от нагрузки на рабочем органе и от конфигурации манипулятора.

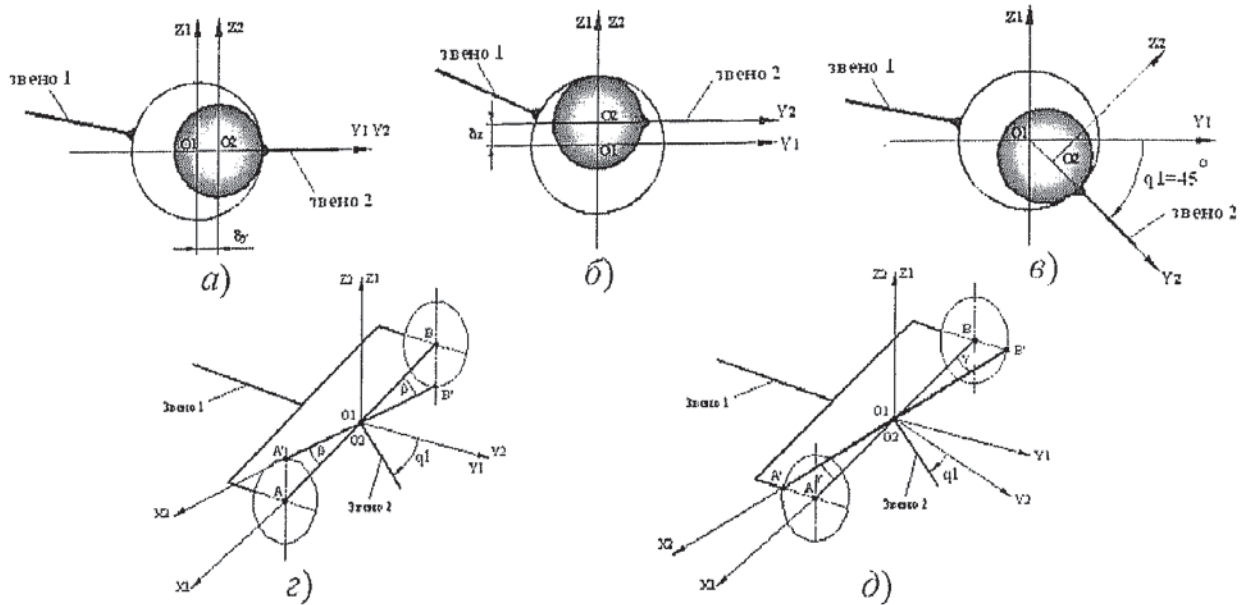


Рис. 7. Схемы перемещения оси в шарнире с зазором.

Таблица

Расчетные положения оси шарнира				Вектор погрешности
α_A , град	α_B , град	q_1 , град	рисунок	$\bar{\delta} = [\delta_x \ \delta_y \ \delta_z]^T$, [мм]
0	0	0	7, а	$\delta = [0 \ 0,2 \ 0]^T$
90	90	0	7, б	$\delta = [0 \ 0 \ 0,2]^T$
0	0	45	7, в	$\delta = [0 \ 0,141 \ -0,141]^T$
90	-90	0	7, г	$\delta = [0 \ 0 \ 0]^T$, ($\beta = 0,057^\circ$)
180	0	0	7, д	$\delta = [8 \ \approx 0 \ 0]^T$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Насер А. Е. Оценка погрешности позиционирования рабочего органа манипулятора тяжелого мобильного робота // Известия ТулГУ. Подъемно-транспортные машины и оборудование. — Вып. 7. — 2006. — 297 с.
- Бруевич Н. Г. Современное состояние и задачи теории точности // Известия АН СССР. ОТН. — 1946. — № 8.
- Шисман В. Е. Точность роботов и робототехнических систем. — Харьков: Вища школа, 1988. — 153 с.
- Кобринский А. А., Кобринский А. Е. Манипуляционные системы роботов: основы устройства, элементы теории. — М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985. — 344 с.
- Красковский Е. Я., Дружинин Ю. А., Филатова Е. М. Расчет и конструирование механизмов приборов и вычислительных систем. — М.: Высшая школа, 1991. — 480 с.
- Зенкевич С. Л., Ющенко А. С. Основы управления манипуляционными роботами: Учебник для вузов. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. — 480 с.