

## ЭКОНОМИКА

658.5

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЕРАРХИИ ТЕХНОЛОГИЙ ПРЕДПРИЯТИЯ

*Асп. Н. А. ВЕТРОВА, экон. Е. Н. ГОРЛАЧЕВА, д-р техн. наук, проф. А. Г. ГУДКОВ*

*Предложена формальная модель иерархии технологий фирмы, в которой степень освоения технологии зависит от ресурсов и от степени освоения технологий более низкого уровня. Решены прямые и обратные задачи распределения ресурса для статической модели. Для динамической модели представлены условия достижимости заданного уровня освоения технологий, решена задача о быстродействии и задача термального управления.*

*The formal model of firm technologies hierarchy where degree of technology development depends on resource and development of lower level technologies is offered. Direct and inverse problems of resources allocation for static model are solved. Attainability conditions of technologies development setting valuation for dynamic model are presented. Problems of speed and thermal management are solved.*

Для успешного развития предприятия необходимо разрабатывать и совершенствовать стержневые ключевые технологии, являющиеся собственностью фирмы. Подобно тому, как в основе теории потребления лежит предположение, что потребитель стремится к максимизации полезности, так и в теории фирмы основополагающей является гипотеза о стремлении предприятий максимизировать свою остаточную долю прибыли. На самом деле наблюдения за поведением человека показывают, что его устремления имеют тенденцию устанавливаться на уровне достижимого [1—3]. По аналогии с этим можно сделать предположение, что целью фирмы является не максимизация, а достижение определенного уровня прибыли, удержание определенной доли рынка, некоторого уровня продаж и качества. Фирмы будут стремиться достигнуть скорее удовлетворения, чем максимизации [4]. Модели удовлетворяющего поведения в отличие от моделей максимизирующего поведения дают представление не только о равновесии, но и предлагают метод его достижения, в частности, такие методы используют фирмы IBM, General Electric, Boeing и АВВ.

Фундамент конкурентных преимуществ строится за счет ускоренного продвижения на рынок более эффективной технологии. Фирма, как правило, не в состоянии обеспечить себя технологиями собственной разработки, поэтому актуален поиск новых технологий как в собственной стране, так и за рубежом. Естественно встает вопрос о критериях при трансфере новых технологий. Необходимо ясное понимание об основной стержневой технологии, применяемой фирмой, а также о соответствии этой технологии долгосрочной стратегии организации. Длительные конкурентные преимущества возникают только тогда, когда фирма непрерывно улучшает свои новые технологии при широком их использовании. Разработку и приобретение новой технологии следует рассматривать как процесс ее адаптации к стратегическим процессам фирмы с наименьшим сопротивлением. Стержневые технологии могут быть определены следующим образом: обеспечивают потенциальный доступ к различным рынкам; определяют отличительные достоинства конечного товара или услуги фирмы; практически не воспроизводимы ее конкурентами, поскольку представляют собой

сложные взаимодействия отдельных индивидуальных технологий, составляющих стержневую технологию.

Важно исследовать четыре группы факторов (рис. 1): разработанный продукт, искомый рынок, используемую технологию, технологию получения нового продукта.

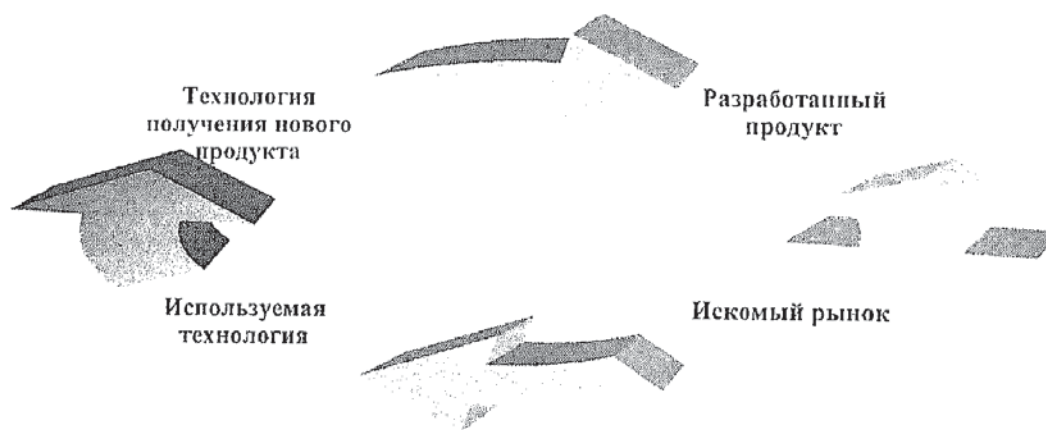


Рис. 1. Четыре группы факторов

Необходимо провести комплексное сопоставление старого и нового изделия по двум основным характеристикам: новизна технологии, воплощенной в новом продукте, по сравнению с технологией, уже разработанной фирмой; новизна рынка сбыта, для которого предназначен новый продукт, по сравнению с традиционным рынком старой продукции. При серийном выпуске новой продукции соответственно увеличивается накопленный технологический и рыночный опыт фирмы. Отличительным элементом технологических характеристик ассортимента продукции фирмы является уровень, на котором каждый новый продукт изменяет ключевую стержневую технологию, воплощенную в ранее выпускаемой продукции. Этот уровень изменений концептуально соответствует непрерывному диапазону затраченных ресурсов и усилий. Однако для исследовательских целей необходимо дать определение конкретных дискретных уровней этих изменений или степени новизны и на основании этого провести инвентаризацию технологий предприятия и выявить необходимость разработки и приобретения новых технологий. Для этой цели может быть использован метод анализа иерархий (МАИ) [5], метод принятия решений в условиях многокритериальности, который объединяет аналитический подход, опирающийся на алгебраическую теорию матриц, с экспертными оценками и включающий в себя декомпозицию и синтез.

Предположим, что все технологии предприятий образуют множество иерархии и группируются в несвязанные подмножества. При этом иерархия должна быть адекватна производственной системе предприятия. Будем использовать иерархическое представление системы для описания того, как влияют изменения приоритетов на верхних уровнях на приоритеты элементов нижних уровней, при этом основные цели устанавливаются на вершине иерархий, их подцели — непосредственно ниже вершины. Первые два выявленных уровня — это «незначительное усовершенствование» и «принципиальное улучшение» ключевой стержневой технологии, разработанной фирмой в недавнем прошлом. Принципиальное улучшение достигается путем внедрения новых базовых технологий, что часто требует существенных усилий по их разработке. Иногда путем добавления новых компонентов или подсистем фирма может внедрить



имеющуюся ключевую технологию в новый продукт или рынок без разработки новых собственных технологий. Сохранив набор имеющихся стержневых технологий, фирма может позволить себе потратить значительные ресурсы на проведение НИОКР, чтобы оставаться лидером в данной области технологии или энергично продвинуть свою ключевую технологию на новые рубежи применения. Третий уровень технологической новизны — это разработка новой технологии, но связанной с ключевой стержневой технологией, причем либо связанной с уже существующей областью применения продукции фирмы, либо объединяемой с уже используемой ключевой технологией, но для совершенно новой области применения продукции. В процессе управления технологическим развитием важно с минимальными затратами обеспечить переход на новую технологию. Если предприятие вовремя не определило этот момент, то перемены могут привести к большим убыткам.

Пирамида технологий предприятия представлена на рис. 2. На вершине пирамиды находится технология, способная повысить прибыли потребителям фирмы, которая осваивает эту технологию [6, 7]. В середине пирамиды представлены технологии, дающие результаты двойного назначения и имеющие альтернативное рыночное приложение, в основании — множество технологий, которые имеют некоторое общее отношение к деятельности предприятия и прямое использование которых неочевидно. Любая технология характеризуется набором технических и рыночных параметров. Наиболее важный технический параметр — качество технологии: реальная ценность, делимость, возможность дополнительного расширения применения.



Рис. 2. Иерархия технологий фирмы

Пусть существует  $n$  упорядоченных технологий, первые  $k$  из которых направлены на поддержание фирмы и являются «первичными» (т.е. фирма переходит к развитию предприятия (на «вторичные» технологии) после отработки технологий, направленных на поддержание предприятия). Степень освоения  $i$ -ой технологии будем измерять числом  $x_i \in [0; 1], i \in N = \{1, 2, \dots, n\}$  — множеству технологий.

Предположим, что степень (уровень) освоения  $i$ -ой технологии зависит от ресурса  $r_i \geq 0$ , направляемого на освоение этой технологии, и от степеней освоения технологий более низких уровней:

$$x_i(r_1, r_2, \dots, r_i) = \min \left\{ f_i(r_i), \min_{j=1, i-1} a_{ij} x_j \right\}, i \in N, \quad (1)$$

где  $f_i: \mathfrak{R}_+^1 \rightarrow [0; 1]$  — известные строго монотонные непрерывные функции,  $a_{ij} \in (0; 1]$  — константы (веса), отражающие взаимосвязь между технологиями,  $j \leq i, i \in N$ .

Содержательно эти функции и константы отражают индивидуальные характеристики фирмы, технологическое развитие которой моделируется. Так как практически любую индивидуальную специфику можно учесть подбором соответствующих функций  $f_i(\cdot)$  и констант  $\{a_{ij}\}$ , то в качестве агрегированной степени освоения технологий  $s \in [0; 1]$  можно выбрать степень освоения высшей из технологий

$$s(r) = x_n(r), \quad (2)$$

где  $r = (r_1, r_2, \dots, r_n) \in \mathfrak{R}_+^n$  — вектор ресурсов. Агрегированная степень освоения технологий — монотонная непрерывная функция степеней освоения отдельных ресурсов. Например, агрегированная степень освоения технологий может определяться как линейная комбинация (взвешенная сумма) степеней освоения отдельных технологий. Тогда, варьируя веса, можно отражать индивидуальные характеристики фирмы, чье технологическое развитие описывается.

Если функции  $f_i(\cdot)$  принимают единичные значения при конечных значениях ресурса, то, считая заданным  $x_i^{\max}$  максимально возможной степени освоения технологии нижнего уровня, вычислим максимально возможные значения степеней освоения технологий  $x_i^{\max}, i \in N$  следующим образом.

Введем в рассмотрение граф  $(N, E)$ , где множество дуг  $E$  представляет собой совокупность дуг от каждой вершины (соответствующей технологии) ко всем вершинам-технологиям более высокого уровня. Вычислим «потенциал» [8]  $i$ -ой вершины

$$x_i^{\max} = \min_{j < i} (x_j^{\max} a_{ij}), i \in N \setminus \{1\}. \quad (3)$$

Выражения (1) и (2) позволяют при заданных функциях  $f_i(\cdot)$  и векторе ресурсов  $r$  найти степень освоения технологий.

Можно решить и обратную задачу: поиск минимальных значений ресурсов  $r^*(s^*)$ , обеспечивающих достижение заданного уровня

$$s^* \leq x_n^{\max} \quad (4)$$

освоения технологий. Обозначим  $\|a_{ij}\|_{i, j \in N}$  — матрицу весов (вес  $a_{ij}$  будем считать равным единице,  $i \in N$ ),  $f_i^{-1}(\cdot)$  — функцию, обратную функции  $f_i(\cdot), i \in N$ ,  $l_{ij} = \ln(1/a_{ij})$ ,  $L_i$  — длину максимального пути в графе  $(N, E)$  из вершины  $i$  в вершину  $n$  при условии, что длины дуг равны  $l_{ij}, i \in N$ .



Если функции  $f_i(\cdot)$  принимают значение  $s^*$  при конечных значениях ресурса, то решение этой задачи, очевидно, имеет вид:

$$r_i^*(s^*, \alpha) = f_i^{-1}(s^* \exp(L_i)), i \in N. \quad (5)$$

Минимальные значения ресурсов, обеспечивающие достижение заданного уровня  $s^* \leq x_n^{\max}$  освоения технологий, определяются выражением (5) [9]. Принцип (5) распределения ресурса можно назвать «равномерным». Он, совместно с (1), отражает иерархическую структуру технологий фирмы.

Теперь определим критические ресурсы (т.е. уменьшение количества каких ресурсов приведет к снижению агрегированного уровня освоения технологий) при условии, что заданы ограничения  $\{R_i\}_{i \in N}$  на ресурсы, т. е.  $r_i \in [0; R_i], i \in N$ . Обозначим  $R = (R_1, R_2, \dots, R_n)$  — вектор ограничений на ресурсы. Вычислим в соответствии с (2) значение  $s(R)$ . Критическими являются ресурсы из множества

$$N_0 = \{i \in N | R_i = r_i^*(s(R), \alpha)\}.$$

До сих пор мы не учитывали различие первичных и вторичных технологий. Обобщим полученную модель и на этот, так называемый динамический, случай.

Пусть имеется возможность расходовать в единицу времени суммарное количество ресурса в размере  $Q$  единиц (это суммарное количество не зависит от времени). Обозначим  $q_i$  - количество ресурса, выделяемое в единицу времени на освоение  $i$ -ой технологии,  $i \in N$  (для простоты будем считать, что эти количества постоянны во времени). Предположим, что первичные технологии не являются насыщаемыми (результаты этого освоения не могут «накапливаться»), т.е.  $r_i = q_i, i = \overline{1, k}$ , а вторичные технологии — насыщаемые, т.е.  $r_i(t) = q_i t, i = \overline{k+1, n}$ . Для простоты здесь и далее будем считать, что  $a_{ij} = 1, i \in N, j \leq i$  (все результаты останутся в силе и при произвольных  $a_{ij}$ , необходимо будет только учесть в соответствующих выражениях константы  $\{L_i\}_{i \in N}$  — см. (5)). Тогда  $L_i = 0, i \in N$ , и получаем следующее уравнение динамики степеней освоения технологий в зависимости от вектора  $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$  ресурсов, потребляемых в единицу времени:

$$x_i(q_1, q_2, \dots, q_i, t) = \min_{j=1, i} f_j(q_j), i = \overline{1, k}, \quad (6)$$

$$x_i(q_1, q_2, \dots, q_i, t) = \min \left\{ \min_{j=1, k} f_j(q_j), \min_{m=k+1, i} f_m(q_m t) \right\}, i = \overline{k+1, n}, \quad (7)$$

Вектор ресурсов должен удовлетворять балансовому ограничению

$$\sum_{i \in N} q_i \leq Q. \quad (8)$$

Можно показать, что для достижения агрегированного уровня освоения технологий  $s^* \leq x_n^{\max}$  за конечное время достаточно выполнить следующее условие [9]:

$$\sum_{i=1}^k f_i^{-1}(s^*) < Q. \quad (9)$$

Содержательно условие (9) означает, что имеющегося ресурса должно хватить на освоение первичных технологий. Если это не так, то весь ресурс будет расходоваться на ненасыщаемые первичные технологии, а на освоение вторичных (насыщаемых) технологий ресурса не останется.

Рассмотрим теперь задачу о быстродействии — минимизации времени  $T$  достижения заданного уровня  $s^* \in [0; 1]$  освоения технологий путем распределения ресурса при

заданных ресурсных ограничениях. Минимальное время (результат решения задачи) обозначим  $T^*$ .

Если  $s^* \leq x_n^{\max}$  и выполнено условие (9), то решение задачи о быстродействии имеет вид

$$q_i = f_i^{-1}(s^*), i = \overline{1, k}, \quad (10)$$

$$q_m = \frac{f_m^{-1}(s^*)}{\sum_{i=k+1}^n f_i^{-1}(s^*)} \left( Q - \sum_{i=1}^k f_i^{-1}(s^*) \right), m = \overline{k+1, n}, \quad (11)$$

$$T^*(s^*, Q) = \frac{\sum_{i=k+1}^n f_i^{-1}(s^*)}{Q - \sum_{i=1}^k f_i^{-1}(s^*)}. \quad (12)$$

Условие (9) будем считать выполненным в ходе дальнейшего изложения. Соотношения (10)—(12) дают возможность решать задачи терминального управления — минимизации суммарных ресурсов на достижение за заданное время требуемой степени освоения технологий; или максимизации агрегированного уровня освоения технологий за заданное время при фиксированных ограничениях на ресурсы.

Из (10)—(12) можно получить  $s^*(t)$ , описывающую (при оптимальном распределении ресурса) зависимость степени освоения технологий от времени. Для случая, когда  $\forall i \in N$   $f_i(\cdot) = f(\cdot)$ , получаем

$$s^*(Q, t) = f\left(\frac{Qt}{n - k + kt}\right). \quad (13)$$

Видно, что величина  $s^*(Q, t)$ , определяемая выражением (13), монотонно возрастает по времени  $t$  и по количеству ресурса  $Q$  и убывает с ростом как общего числа технологий  $n$ , так и с ростом числа первичных технологий  $k$ .

Величина

$$k(Q, t) = \frac{s^*(Q, t)}{Qt} \quad (14)$$

может рассматриваться как эффективность расходования ресурсов фирмы на освоение технологий.

Предположим, что функция  $f(\cdot)$  имеет ограниченную производную. Тогда, подставляя (13) в (14), вычисляя производную по времени, получаем, что со временем эффективность расходования ресурсов на освоение технологий уменьшается. С содержательной точки зрения отчасти это объясняется фиксированностью во времени и ограниченностью освоения технологий, ограниченностью ресурса и свойствами функции  $f(\cdot)$ . Если предположить, что вторичные технологии не ограничены сверху, то утверждение о снижении эффективности расходования ресурсов во времени в общем случае уже не будет справедливо.

Выше было введено предположение о стационарности количества ресурсов, затрачиваемых в единицу времени на освоение каждой из технологий (в качестве гипотезы можно предположить, что в случае вогнутых функций  $\{f_i(\cdot)\}$  именно стационарные количества ресурса будут оптимальны).



Можно отказаться от этого предположения и искать оптимальные траектории расходования ресурсов. Однако в общем случае вряд ли, применяя методы теории оптимального управления, удастся получить аналитические решения задач терминального управления и задачи о быстродействии. Численное же решение, конечно, возможно и в общем случае.

Для идентификации предложенной формальной модели иерархий технологий (т.е. для задания модели) необходимо определить: список упорядоченных технологий (можно взять за основу предложенную — рис. 2); набор ресурсов и ограничения на них; матрицу  $\alpha$ , отражающую взаимовлияние технологий (здесь есть два возможных пути: выявление типологии фирмы, т.е. связи между ее объективными характеристиками и структурой взаимовлияния ее технологий различного уровня; нахождение экспертным методом субъективной «важности» (весов) освоения тех или иных технологий); функции  $\{f_i(\cdot)\}$ , связывающие степени освоения технологий с количеством ресурса (для их идентификации можно предположить, что такая функция одинакова для всех технологий, тем самым «переложив всю тяжесть» отражения индивидуальных особенностей на матрицу  $\alpha$  и выбрать параметрический класс монотонных вогнутых функций, а затем определить типовые значения параметра по результатам наблюдений за интервалами времени между сменой технологий).

Таким образом, рассмотрена формальная модель иерархии технологий предприятия, в которой степень освоения технологии зависит от ресурса и от степени освоения технологий более низких уровней. Решены прямые и обратные задачи распределения ресурса для статической модели, найдено множество критических ресурсов. Для динамической модели приведены условия достижимости заданного уровня освоения технологий, решена задача о быстродействии и задача терминального управления.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ньюстром Дж. В., Девис К. Организационное поведение: Пер. с англ. — СПб.: Питер, 2000. — 448 с.
2. Мескон М. Х., Альберт М., Хедоури Ф. Основы менеджмента: Пер. с англ. — М.: Дело, 1992. — 702 с.
3. Маслоу А. Новые рубежи человеческой природы: Пер. с англ. — М.: Смысл, 1999. — 425 с.
4. Саймон Г. А. Теория принятия решений в экономической теории и науке о поведении // Вехи экономической мысли. — СПб.: Экономическая школа, 1999. — Т.2. — Теория фирмы. — С. 54—72.
5. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий: Пер. с англ. — М.: Радио и связь, 1993. — 320 с.
6. Гудков А. Г. Иерархия потребностей предприятия в новых технологиях // Машиностроитель. — 2002. — № 9. — С. 23—29.
7. Гудков А. Г. Пирамида потребностей предприятия в новых технологиях // Технология, оборудование, материалы // Экономика и производство. — 2003. — № 2. — С. 32—35.
8. Бурков В. Н., Заложнев А. Ю., Новиков Д. А. Теория графов в управлении организационными системами. — М.: Синтез, 2001. — 124 с.
9. Новиков Д. А. Математическая модель иерархии потребностей / Проблемы информационной экономики. Вып. VI. Моделирование инновационных процессов и экономической динамики: Сб. науч. трудов. Под ред. Р.М. Нижегородцева. — М.: ЛЕНАНД, 2006. — 392 с.