

# Транспортное и энергетическое машиностроение

УДК 629.33

## Повышение устойчивости и управляемости многоосных колесных машин с электромеханической трансмиссией, выполненной по схеме «мотор–ось»

**М.М. Жилейкин, В.А. Середюк**

*В настоящее время на многоосных колесных машинах (МКМ) для привода ведущих колес все чаще применяются электромеханические трансмиссии, позволяющие решить задачи, связанные с рациональным распределением мощности от источника энергии к ведущим колесам при любой колесной формуле, расширением возможностей поиска оптимальных решений конструктивных схем. Все больший интерес разработчики МКМ проявляют к электромеханическому приводу, выполненному по схеме «мотор–ось». Однако при разработке таких схем тягового электропривода возникают проблемы, в первую очередь связанные с отсутствием опыта создания и готовых алгоритмических решений по управлению тяговыми электродвигателями. В статье рассмотрены вопросы повышения курсовой и траекторной устойчивости таких МКМ путем разработки алгоритмов управления тяговыми электродвигателями привода ведущих осей. Разработан алгоритм работы системы динамической стабилизации курсовой и траекторной устойчивости МКМ за счет изменения крутящих моментов на ведущих осях МКМ. Получено аналитическое выражение для определения главного вектора управляющего момента (закон оптимального управления), обеспечивающего курсовую и траекторную стабилизацию движения МКМ. Разработан метод расчета изменения крутящих моментов на ведущих осях МКМ, обеспечивающий практическую реализа-*



**ЖИЛЕЙКИН**  
Михаил Михайлович  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

**ZHILEYKIN**  
Mikhail Mikhaylovich  
(Moscow, Russian Federation,  
Bauman Moscow State  
Technical University)



**СЕРЕДЮК**  
Валентин Анатольевич  
(ОАО «КАМАЗ»)

**SEREDYUK**  
Valentin Anatol'evich  
(Naberezhnye Chelny, Russian  
Federation, OJSC «KAMAZ»)

цию разработанного метода управления. Методами имитационного математического моделирования при выполнении МКМ маневра «поворот» доказана работоспособность предложенного закона динамической стабилизации движения для МКМ, оснащенных электромеханическими трансмиссиями, выполненными по схеме «мотор—ось».

**Ключевые слова:** тяговый электропривод, схема «мотор—ось», закон управления, мощность, крутящий момент, математическая модель, имитационное моделирование.

## Improving stability and controllability of multi-wheeled vehicles with motor-axle electromechanical transmissions

**M.M. Zhileykin, V.A. Seredyuk**

*The use of electromechanical transmissions in multi-wheeled vehicles (MWVs) can solve both the problem of efficient power supply from the power source to the drive wheels at any wheel arrangement and optimal design problems. The developers of MWVs are especially interested in electromechanical motor-axle drive gears. However, the development of such drive gears presents a considerable challenge due to the lack of available algorithmic solutions and experience in creating traction motors. This paper suggests that the course and trajectory stability of MWVs can be improved by developing appropriate control algorithms for traction motors of drive wheels. An algorithm providing the course and trajectory dynamic stability of MWVs by changing the torques on the drive wheels is developed. An analytical relationship for determining the main vector of the control torque (optimal control law) providing the course and trajectory stability of MWVs is deduced. To implement the developed control technique, a method of calculating the torques on the drive axles is developed. The mathematical simulation procedures were used to prove the efficiency of the proposed control law for the dynamic*

*stabilization of MKMs equipped with motor-axle electromechanical transmissions.*

**Keywords:** traction motor, motor-axle design, control law, power, torque, mathematical model, simulation.

**В** настоящее время на многоосных колесных машинах (МКМ) для привода ведущих колес все чаще применяются электромеханические трансмиссии, позволяющие решить задачи, связанные с рациональным распределением мощности от источника энергии к ведущим колесам при любой колесной формуле, расширением возможностей поиска оптимальных решений конструктивных схем [1]. Тяговый электропривод (ТЭП) отличается гибкой системой регулирования, что позволяет повысить эксплуатационные характеристики МКМ за счет введения в систему управления ТЭП следующих алгоритмов повышения устойчивости движения:

- 1) обеспечения минимального тормозного пути, управляемости и устойчивости при торможении (антиблокировочные системы — АБС);
- 2) обеспечения минимального времени разгона и повышения проходимости (противобуксовочные системы — ПБС);
- 3) обеспечения курсовой и траекторной устойчивости, а также предотвращения опрокидывания при выполнении маневров (системы динамической стабилизации — СДС).

Разработке алгоритмов работы системы управления индивидуальным тягово-электрическим приводом (ИТЭП) колес МКМ для п. 1 и 2 посвящено большое количество работ [2—6]. Однако в последнее время все больший интерес разработчики проявляют к электромеханическому приводу, выполненному по схеме «мотор—ось» (рис. 1). Это обусловлено рядом преимуществ такой схемы по сравнению с индивидуальным ТЭП:

- 1) возможность применения более энерговооруженного тягового электродвигателя (ТЭД);
- 2) возможность уменьшения длины и повышение защищенности токоведущих частей;

- 3) в колесном узле машины высвобождается место для колесных тормозных механизмов;
- 4) упрощается система охлаждения ТЭД;
- 5) сокращается количество управляемых элементов (силовых преобразователей) в 2 раза;
- 6) ряд функций по распределению тягового момента возлагается на классические схемы механических межколесных дифференциалов;
- 7) упрощается компоновка основных агрегатов мотор—оси, что позволяет использовать модульный принцип при разработке конструкции ходовой части МКМ.

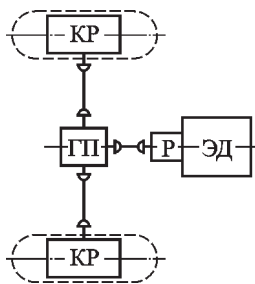


Рис. 1. Схема трансмиссии типа «мотор—ось»: КР — колесный редуктор; ГП — главная передача; Р — редуктор; ЭД — электродвигатель

Однако наработки по созданию алгоритмов работы системы динамической стабилизации курсовой и траекторной устойчивости МКМ электромеханической трансмиссией типа «мотор—ось» в настоящее время отсутствуют. В статье рассмотрены вопросы обеспечения курсовой и траекторной устойчивости таких МКМ путем разработки алгоритмов управления ТЭД привода ведущих осей.

**Информационное поле, обеспечивающее работу закона динамической стабилизации.** Для обеспечения работы системы динамической стабилизации, согласно рекомендациям статьи [6], в качестве вектора уставки будем рассматривать направление вектора теоретической скорости  $\Theta_T$  относительно продольной оси машины (рис. 2). В качестве выходного вектора объекта регулирования под воздействием возмущений будем использовать направление вектора фактической скорости автомобиля  $\Theta_\Phi$  (см. рис. 2). Способ определения углов  $\Theta_T$  и  $\Theta_\Phi$  описан в работе [6].

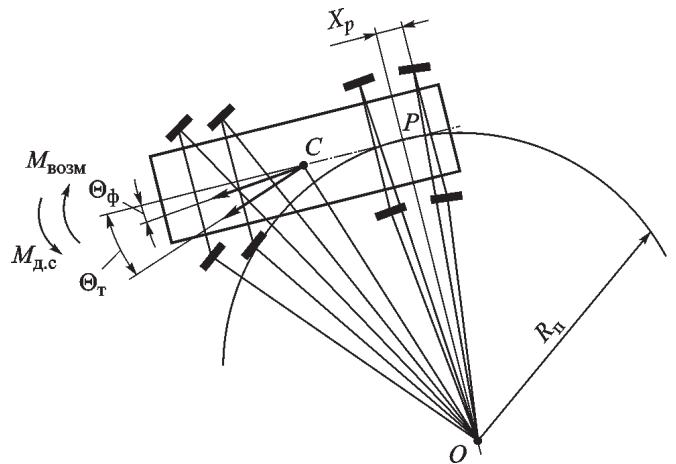


Рис. 2. Угол отклонения вектора скорости от продольной оси автомобиля

Установление факта возникновения заноса передних или задних осей МКМ проводится, исходя из следующих условий:

- 1) если  $\text{sign}(\Theta_T - \Theta_\Phi)\text{sign}(\Theta_1) > 0$ , то система диагностирует наступление заноса передних осей;
- 2) если  $\text{sign}(\Theta_T - \Theta_\Phi)\text{sign}(\Theta_1) < 0$ , то система диагностирует наступление заноса задних осей.

Несовпадение углов направлений теоретического и фактического векторов скорости означает, что на МКМ действует динамический возмущающий момент  $M_{\text{возм}}$  (см. рис. 2), стремящийся «увести» машину с заданной водителем траектории движения. Для компенсации этого возмущающего воздействия необходимо создать динамический стабилизирующий момент  $M_{\text{д.с}}$ , который не позволит МКМ сойти с траектории.

**Разработка закона динамической стабилизации МКМ с электроприводом ведущих осей в тяговом режиме.** В случае несовпадения углов направлений теоретического и фактического векторов скоростей, т. е.

$$\varphi = \Theta_T - \Theta_\Phi \neq 0,$$

предлагается следующий принцип стабилизации движения.

Во-первых необходимо погасить инерцию движения МКМ, для чего понизить степень использования мощности силовой установки, т. е. уменьшить величины тяговых крутящих моментов на колесах. При этом формула для вычисления момента на валу ТЭД  $i$ -й ведущей оси может быть представлена в следующем виде:

$$M_{дв.ср.j} = \frac{N_{дв.маx} h}{\omega_{теор.ср.j}} h_g;$$

$$\omega_{теор.ср.j} = \frac{\omega_{теор.j} + \omega_{теор.i + \frac{N_k}{2}}}{2}, \quad (1)$$

$$i = 1, 2, \dots, \frac{N_k}{2}; j = 1, 2, \dots, N_o,$$

где  $N_{дв.маx}$  — максимальная мощность ТЭД;  $h$  — степень использования мощности двигателя (нажатие педали «газ» [0; 1]);  $M_{дв.j}$  — выходной момент  $j$ -го двигателя;  $\omega_{теор.i}$  — теоретическая угловая скорость вращения  $i$ -го колеса [6];  $h_g = [0, 1]$  — степень снижения использования мощности силовой установки [6];  $N_k$  — количество колес МКМ;  $N_o$  — количество осей МКМ.

Наряду с этим необходимо создать дополнительный тормозной стабилизирующий момент, исходя из следующего принципа. Если в повороте происходит занос передних осей, что с учетом принятых положительных направлений углов  $\phi$  и  $\Theta_1$  означает

$$\text{sign}(\phi)\text{sign}(\Theta_1) > 0,$$

и при этом  $\dot{\phi} > 0$ , то необходимо дополнительно подтормаживать (т. е. снижать тяговый крутящий момент) на колесах передних осей, что придает МКМ большую поворачиваемость. Принцип стабилизации поясняет рис. 3, а.

При дополнительном подтормаживании колес передних осей (в нашем случае первая и вторая оси) тангенциальные реакции  $X_1$ — $X_2$  на колесах изменяются таким образом, что создаваемый момент динамической стабилизации  $M_{д.с}$  обеспечивает повышение поворачиваемости МКМ.

Если же в повороте возникает занос задних осей, т. е.

$$\text{sign}(\phi)\text{sign}(\Theta_1) < 0,$$

и  $\dot{\phi} > 0$ , то необходимо дополнительно подтормаживать колеса задних осей, что создает момент противовращения, исключая боковой занос. Принцип стабилизации поясняет рис. 3, б.

При дополнительном подтормаживании колес задних осей (в нашем случае третья и четвертая оси) тангенциальные реакции  $X_3$ — $X_4$  на

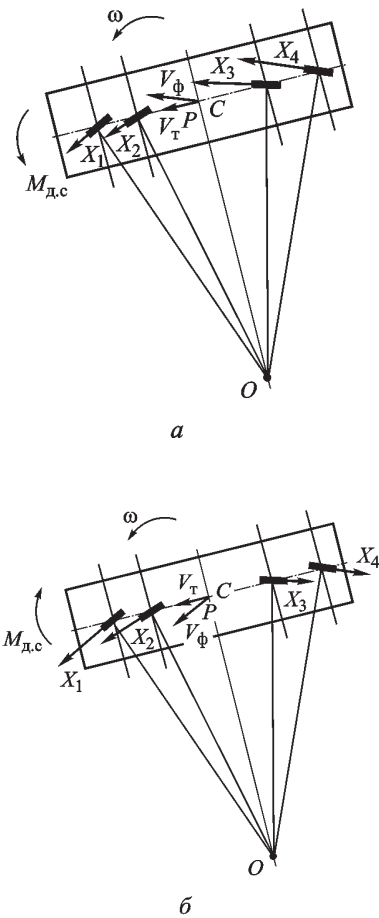


Рис. 3. Принцип создания стабилизирующего момента при заносе:

а — передних осей МКМ; б — задних осей МКМ

колесах изменяются таким образом, что создаваемый стабилизирующий момент  $M_{д.с}$  обеспечивает снижение поворачиваемости МКМ.

В случае, если  $\dot{\phi} \leq 0$ , дополнительного стабилизирующего подтормаживания не требуется.

С учетом изложенного выше, уставка тягового момента на ведущих колесах, которые должны дополнительно подтормаживаться с целью создания стабилизирующего движение воздействия, определим по формуле

$$M_{дв.i} = \frac{N_{дв.маx} h}{\omega_{теор.ср.i}} h_g + \Delta M_{\tau i}, \quad (2)$$

$$i = 1, 2, \dots, N_o,$$

где  $\Delta M_{\tau i}$  — приращение крутящего момента.

Методика вычисления значений  $\Delta M_{\tau i}$  представлена ниже. Если полученное по формуле

(2) значение  $M_{дв i} < 0$ , это означает, что на эту ось нужно подавать тормозной момент.

В случае прямолинейного движения ( $\Theta_1 = 0$ ), если  $\text{sign}(\varphi) = 1$  (отклонение вправо) и  $\text{sign}(\dot{\varphi}) = 1$ , или  $\text{sign}(\varphi) = -1$  (отклонение влево) и  $\text{sign}(\dot{\varphi}) = 1$ , необходимо подтормаживать колеса только задних осей. Тогда тяговый момент на колесах передних осей рассчитывается по формуле (1), а на колесах задних осей — по формуле (2).

Если  $\text{sign}(\dot{\varphi}) \leq 1$ , дополнительного стабилизирующего подтормаживания не требуется и установки моментов на ведущих колесах вычисляются по формуле (1).

**Разработка закона динамической стабилизации МКМ с тяговым электроприводом ведущих осей в режиме торможения.** Суммарный тормозной момент  $M_{T i}$  на  $i$ -м двигателе МКМ складывается из двух составляющих: тормозного момента  $M_{э/т i}$ , создаваемого ТЭД оси в генераторном режиме, и тормозного момента  $M_{мех/т i}$ , реализуемого за счет действия механической части системы торможения МКМ. Принцип определения механической и электрической составляющих тормозного момента при движении МКМ без СДС изложен в работе [6].

При заносе передних осей в повороте необходимо уменьшить тормозной момент на колесах задних осей. Если

$$M_{T j} = \frac{N_{T \max} h}{\omega_{\text{теор. ср } i}} \leq M_{э/т i \max} = \frac{N_{дв \max}}{\omega_{\text{теор. ср } i}},$$

$$j = 1, 2, \dots, N_k; i = 1, 2, \dots, N_o,$$

то для колес передних осей тормозной момент рассчитывается по формуле

$$M_{э/т i} = \frac{N_{T \max} h}{\omega_{\text{теор. ср } i}};$$

$$i = 1, 2, \dots, N_o / 2,$$

а для колес задних осей

$$M_{э/т i} = \frac{N_{T \max} h}{\omega_{\text{теор. ср } i}} h_g,$$

$$i = N_o / 2 + 1, \dots, N_o.$$

Если

$$M_{T j} = \frac{N_{T \max} h}{\omega_{\text{теор. ср } i}} > M_{э/т i \max} = \frac{N_{дв \max}}{\omega_{\text{теор. ср } i}},$$

$$j = 1, 2, \dots, N_k; i = 1, 2, \dots, N_o,$$

то для колес передних осей тормозной момент определяется по формуле

$$M_{э/т i} = \frac{N_{дв \max}}{\omega_{\text{теор. ср } i}},$$

$$i = 1, 2, \dots, N_o / 2,$$

а для колес задних осей

$$M_{э/т i} = \frac{N_{дв \max}}{\omega_{\text{теор. ср } i}} h_g,$$

$$i = N_o / 2 + 1, \dots, N_o.$$

При заносе задних осей необходимо уменьшить тормозной момент на колесах передних осей. Если

$$M_{T j} = \frac{N_{T \max} h}{\omega_{\text{теор. ср } i}} \leq M_{э/т i \max} = \frac{N_{дв \max}}{\omega_{\text{теор. ср } i}},$$

$$j = 1, 2, \dots, N_k; i = 1, 2, \dots, N_o,$$

то для колес задних осей тормозной момент

$$M_{э/т i} = \frac{N_{T \max} h}{\omega_{\text{теор. ср } i}},$$

$$i = N_o / 2 + 1, \dots, N_o,$$

а для колес передних осей

$$M_{э/т i} = \frac{N_{T \max} h}{\omega_{\text{теор. ср } i}} h_g,$$

$$i = 1, 2, \dots, N_o / 2.$$

Если

$$M_{T j} = \frac{N_{T \max} h}{\omega_{\text{теор. ср } i}} > M_{э/т i \max} = \frac{N_{дв \max}}{\omega_{\text{теор. ср } i}},$$

$$j = 1, 2, \dots, N_k; i = 1, 2, \dots, N_o,$$



то для колес задних осей тормозной момент

$$M_{\text{э/т } i} = \frac{N_{\text{дв max}}}{\omega_{\text{теор. ср } i}}, \quad (9)$$

$$i = N_o / 2 + 1, \dots, N_o,$$

а для колес передних осей

$$M_{\text{э/т } i} = \frac{N_{\text{дв max}}}{\omega_{\text{теор. ср } i}} h_g; \quad (10)$$

$$i = 1, 2, \dots, N_o / 2.$$

В формулах (3), (4), (7), (8)  $N_{\text{т max}}$  — максимальная суммарная расчетная мощность, которую может рассеять ТЭД в генераторном режиме и механическая система торможения.

В случае возникновения опасности блокирования колес в формулы (3) — (10) вместо значения  $\omega_{\text{теор. ср } i}$  необходимо подставить  $(\omega_{\text{теор. ср } i} / \omega_{\text{ср } i}) \omega_{\text{т ср } i}$ .

При прямолинейном движении ( $\Theta_1 = 0$ ), если  $\text{sign}(\beta) = \pm 1$  (отклонение вправо или влево), необходимо снижать тормозной электрический момент на колесах задних осей. Тогда электрические моменты торможения рассчитываются следующим образом:

• если

$$M_{\text{т } j} = \frac{N_{\text{т max}} h}{\omega_{\text{т ср } i}} \leq M_{\text{э/т } i \text{ max}} = \frac{N_{\text{дв max}}}{\omega_{\text{т ср } i}},$$

$$j = 1, 2, \dots, N_k; i = 1, 2, \dots, N_o,$$

то для колес передних осей тормозной момент

$$M_{\text{э/т } i} = \frac{N_{\text{т max}} h}{\omega_{\text{теор. ср } i}}, \quad (11)$$

$$i = N_o / 2 + 1, \dots, N_o,$$

а для колес задних осей

$$M_{\text{э/т } i} = \frac{N_{\text{т max}} h}{\omega_{\text{теор. ср } i}} h_g; \quad (12)$$

$$i = 1, 2, \dots, N_o / 2;$$

• если

$$M_{\text{т } j} = \frac{N_{\text{т max}} h}{\omega_{\text{теор. ср } i}} > M_{\text{э/т } i \text{ max}} = \frac{N_{\text{дв max}}}{\omega_{\text{теор. ср } i}},$$

$$j = 1, 2, \dots, N_k; i = 1, 2, \dots, N_o,$$

то для колес передних осей тормозной момент

$$M_{\text{э/т } i} = \frac{N_{\text{дв max}}}{\omega_{\text{теор. ср } i}}, \quad (13)$$

$$i = N_o / 2 + 1, \dots, N_o,$$

а для колес задних осей

$$M_{\text{э/т } i} = \frac{N_{\text{дв max}}}{\omega_{\text{теор. ср } i}} h_g; \quad (14)$$

$$i = 1, 2, \dots, N_o / 2.$$

В случае возникновения опасности блокирования колес в формулы (11) — (14) вместо значения  $\omega_{\text{теор. ср } i}$  необходимо подставить  $(\omega_{\text{теор. ср } i} / \omega_{\text{ср } i}) \omega_{\text{теор. ср } i}$ .

При среднем значении угловых скоростей всех колес  $\omega_{\text{ср}} = 0 \rightarrow M_{\text{э/т } i} = 0, i = 1, 2, \dots, N_o$ .

**Определение стабилизирующих моментов  $M_{\text{т } i}$ .** Современные сложные системы автоматического управления (САУ) с множеством связанных входов-выходов должны создаваться на основе алгоритмов, не требующих подробной априорной информации о многомерном объекте управления и способных выбирать оптимальную структуру и параметры управляющей системы (регулятора), основываясь на непрерывном измерении выходов и прогнозировании (вычислении) переменных состояния системы.

Пусть исходная система уравнений состояния представляет собой линейную систему, описываемую векторным дифференциальным уравнением

$$\frac{dX(t)}{dt} = A(t)X(t) + B(t)U(t), \quad (15)$$

где  $X(t)$  —  $n$ -мерный вектор фазовых координат;  $A(t)$ ,  $B(t)$  — матричные функции времени соответственно порядков  $n \times n$  и  $n \times m$ ;  $U(t)$  —  $m$ -мерный вектор управления.

Задачей САУ является минимизация целевой функции

$$I = \int_{t_0}^{t_1} \left[ \sum_{i=1}^n \beta_i^2 \left( x_i^2(t) + \sum_{j=1}^m U_j^2(t) \right) \right] dt. \quad (16)$$

Здесь  $x_i(t)$  — фазовые координаты;  $\beta_i$  — весовые коэффициенты;  $U_j$  — управляющие воздействия.

Для определения коэффициентов  $\beta_i, i = 1, 2, \dots, n$ , воспользуемся методикой, предложенной в работе [7].

Потребуем, чтобы весовые коэффициенты функционала (16) удовлетворяли ограничению

$$\sum_{i=1}^n \beta_i = 1, \quad (17)$$

чтобы избежать тривиального решения  $\beta_i = 0, i = 1, 2, \dots, n$ , задачи выбора величин  $\beta_i, i = 1, 2, \dots, n$ , а задачу САУ сформулируем в следующем виде: требуется найти вектор  $U(t) \in G_U$ , доставляющий на решениях системы (15) минимум функционалу (16) при одновременном отыскании вектора  $\beta = \{\beta_i\} \in G_\beta$  с ограничением (17). Представим (16) функционал в следующем виде:

$$I = \sum_{i=1}^n \beta_i^2 I_i. \quad (18)$$

Обозначим  $I_i^*$  минимальное значение функционала (16), получаемое в результате решения задачи аналитического конструирования оптимального регулятора (АКОР) для объекта (14) при минимизации только лишь функционала (16).

При фиксированных значениях  $\beta_i$  минимально возможное значение функционала (18) определяется по формуле

$$I = \sum_{i=1}^n \beta_i^2 I_i^*. \quad (19)$$

В работе [7] получены искомые значения компонент вектора  $\beta$ :

$$\beta_i = 1 / \left( I_i^* \sum_{i=1}^n \frac{1}{I_i^*} \right). \quad (20)$$

Пусть  $\varphi = \Theta_T - \Theta_\Phi$  — угол отклонения корпуса МКМ от заданной траектории движения относительно вертикальной оси  $Z$ , проходящей через центр масс корпуса;  $\omega$  — первая произ-

водная по времени от угла  $\varphi$ . Тогда упрощенная система уравнений состояния, описывающих возмущенное вращательное движение корпуса МКМ, может быть представлена в виде

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = \omega; \\ \dot{\omega} = \frac{1}{J} U. \end{cases} \quad (21)$$

Здесь  $J$  — момент инерции корпуса МКМ относительно вертикальной оси  $Z$ , проходящей через его центр тяжести.

В данном случае управление  $U = M_{д.с}$  является управляющим моментом относительно вертикальной оси автомобиля, проходящей через его центр тяжести. При использовании ТЭП управляющее воздействие может создаваться с помощью тяговых электродвигателей, работающих либо в тяговом, либо в тормозном режиме, а также механической тормозной системой.

Вектор управления  $U(t) = [u_1(t), \dots, u_m(t)]^T$  по понятным физическим причинам является ограниченным, т. е. принадлежащим замкнутому множеству

$$|u_j(t)| \leq U_{j \max}, \quad j = 1, 2, \dots, m.$$

Введем новые обозначения. Пусть  $x_1 = \varphi$ ;  $x_2 = \omega$ , тогда система (21) принимает следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_2 = U^*; \\ U^* = U / J. \end{cases} \quad (22)$$

Требуется найти управление, которое доставляет минимум функционалу

$$I = \int_{t_0}^{t_1} [\beta_1^2 x_1^2(t) + \beta_2^2 x_2^2(t) + (\beta_1^2 + \beta_2^2) u^2(t)] dt; \quad (23)$$

$$\beta_1 + \beta_2 = 1.$$

В связи с изложенным выше, функционал (23) представим в виде суммы (19), причем

$$I_1 = \int_{t_0}^{t_1} [x_1^2(t) + U^2(t)] dt; \quad (24)$$

$$I_2 = \int_{t_0}^{t_1} [x_2^2(t) + U^2(t)] dt.$$

Минимальные значения функционалов (24) соответственно равны [7]

$$\begin{aligned} I_1^* &= \langle X(0), K_1 X(0) \rangle; \\ I_2^* &= \langle X(0), K_2 X(0) \rangle, \end{aligned} \quad (25)$$

где  $X(0)$  — вектор состояния объекта в момент времени  $t = 0$ ;  $K_1, K_2$  — квадратные симметричные матрицы, удовлетворяющие матричным уравнениям Рикатти:

$$\begin{aligned} Q_1 + K_1 A + A^T K_1 - K_1 B B^T K_1 &= 0; \\ Q_2 + K_2 A + A^T K_2 - K_2 B B^T K_2 &= 0. \end{aligned} \quad (26)$$

Здесь

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad Q_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Решения уравнений (26) имеют вид [8]

$$K_1 = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 1 \\ 1 & \sqrt{2} \end{bmatrix}; \quad K_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (28)$$

а значения функционалов (25) составляют

$$\begin{aligned} I_1^* &= \sqrt{2} X_1^2(0) + 2 X_1(0) X_2(0) + \sqrt{2} X_2^2(0); \\ I_2^* &= X_2^2(0). \end{aligned} \quad (29)$$

В соответствии с принципом минимакса [9] в формулах (29) следует принять  $X_1(0) = x_{1\max}$ ,  $X_2(0) = x_{2\max}$ . В результате имеем

$$\begin{aligned} I_1^* &= \sqrt{2} x_{1\max}^2 + 2 x_{1\max} x_{2\max} + \sqrt{2} x_{2\max}^2; \\ I_2^* &= x_{2\max}^2. \end{aligned} \quad (30)$$

Подставив полученные значения  $I_1^*$  и  $I_2^*$  в формулу (20), найдем искомые значения весовых коэффициентов функционала (23):

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \frac{1}{I_1^* (1/I_1^* + 1/I_2^*)}; \\ \beta_2 &= \frac{1}{I_2^* (1/I_1^* + 1/I_2^*)}. \end{aligned} \quad (31)$$

Управление  $U(t)$ , доставляющее минимум функционалу (23) на решениях системы (22), в соответствии с общей теорией АКОР [9] имеет вид

$$U^*(t) = \frac{1}{\beta_1^2 + \beta_2^2} B^T K X(t), \quad (32)$$

где матрица  $K$  удовлетворяет матричному уравнению Рикатти

$$Q + KA + A^T K - K B B^T K \frac{1}{\beta_1^2 + \beta_2^2} = 0, \quad (33)$$

а матрица

$$Q = \begin{bmatrix} \beta_1^2 & 0 \\ 0 & \beta_2^2 \end{bmatrix}.$$

Решение уравнения (33) дает следующую матрицу  $K$  [7]:

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{12} & K_{22} \end{bmatrix}. \quad (34)$$

Здесь

$$\begin{aligned} K_{11} &= \beta_1 \sqrt{\beta_2^2 + 2\beta_1 \sqrt{\beta_1^2 + \beta_2^2}}; \\ K_{12} &= \beta_1 \sqrt{\beta_1^2 + \beta_2^2}; \\ K_{22} &= \sqrt{(\beta_1^2 + \beta_2^2) [\beta_2^2 + 2\beta_1 \sqrt{\beta_1^2 + \beta_2^2}]}. \end{aligned} \quad (35)$$

Подставив матрицу (34) в соотношение (32), получим формулу для оптимального управления [7]

$$\begin{aligned} U(t) &= - \frac{J}{\sqrt{\beta_1^2 + \beta_2^2}} \times \\ &\times \left[ \beta_1 \varphi(t) + \sqrt{\beta_2^2 + 2\beta_1 \sqrt{\beta_1^2 + \beta_2^2}} \dot{\varphi}(t) \right]. \end{aligned} \quad (36)$$

**Методика определения изменения крутящих моментов на ведущих осях, реализующих стабилизирующее воздействие на МКМ.** Как отмечалось выше, управляющий силовой стабилизирующий момент  $M_{д.с} = U$  может быть реализован только в виде приращения крутящих моментов на ведущих осях МКМ  $\Delta M_{Ti}$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_o$ . При этом

$$M_{Ti} = M_{Tiд} - \Delta M_{Tiд}.$$

где  $M_{Ti}$  — результирующий крутящий момент на оси;  $M_{Tiд}$  — действующее текущее значение крутящего момента на оси (либо подлежит измерению в процессе управления, либо берется



значение уставки при управлении ТЭП бортовой информационной управляющей системой — БИУС).

Для определения значений  $\Delta M_{Ti}$  необходимо сначала перейти от главного вектора стабилизирующего момента  $M_{д.с}$  к стабилизирующему моменту  $M_{д.сi}$ , который должен быть обеспечен каждой задействованной в стабилизации ведущей осью. Такое преобразование проводится на основании следующих зависимостей:

$$\Delta M_{Ti} = \frac{M_{д.сi}}{l_i} r_{к0}, \quad i = 1, 2, \dots, N_o; \quad (37)$$

$$U = M_{д.с} = \sum_{i=1}^{N_o} \Delta M_{Ti}. \quad (38)$$

Здесь  $r_{к0}$  — статический радиус колеса;  $l_i$  — расстояние от центра тяжести МКМ до  $i$ -й оси, колеса которой задействованы в процессе стабилизации движения.

Сформулируем критерий оптимальности, на основании которого будем определять значения искомым переменных  $M_{Ti}$ . Наиболее целесообразным в данном случае является получение таких значений  $M_{Ti}$ , чтобы выполнялось условие

$$\Delta M_{Ti} = M_{Tiд} - M_{Ti} \rightarrow 0, \quad i = 1, 2, \dots, N_o.$$

Сформулируем квадратичный критерий оптимальности:

$$f(\Delta M_{Ti}) = \sum_{i=1}^{N_o} (M_{Tiд} - M_{Ti})^2 \rightarrow \min. \quad (39)$$

Полученная задача — это задача оптимизации при наличии ограничений в виде равенств. Ограничением в виде равенства является выражение (38). Необходимые условия минимума функции (39) записываются следующим образом [9]:

$$\begin{cases} \frac{df}{d(\Delta M_{Ti})} + \lambda \frac{\partial U}{\partial (\Delta M_{Ti})} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N_o; \\ U = M_{д.с} = \sum_{i=1}^{N_o} \Delta M_{Ti}. \end{cases} \quad (40)$$

Здесь  $\lambda$  — неопределенный множитель Лагранжа.

В нашем случае уравнения (40) имеют вид

$$\begin{cases} 2\Delta M_{Ti} + \lambda = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N_o; \\ U = M_{д.с} = \sum_{i=1}^{N_o} \Delta M_{Ti}. \end{cases} \quad (41)$$

Решение системы (41) с учетом уравнения (37):

$$\Delta M_{Ti} = \frac{M_{д.сi}}{l_i} r_{к0} = \frac{M_{д.с}}{N_o l_i} r_{к0}, \quad i = 1, 2, \dots, N_o. \quad (42)$$

Таким образом, разработан метод расчета изменения крутящих моментов на ведущих осях МКМ, обеспечивающий практическую реализацию разработанного метода управления, и получено аналитическое выражение для определения главного вектора управляющего момента (закон управления), обеспечивающего курсовую и траекторную стабилизацию МКМ.

**Исследование работоспособности и эффективности системы динамической стабилизации движения МКМ со схемой трансмиссии «мотор—ось» и разблокированным межколесным дифференциалом.** Для подтверждения эффективности закона распределения мощности по колесам, а также для проверки возможности организации на практике разработанной системы управления ТЭД ведущих осей МКМ были проведены теоретические исследования с помощью имитационного математического моделирования. Детально математическая модель движения машины рассмотрена в работе [10].

Ниже представлены результаты численного моделирования движения МКМ с колесной формулой 8×8 полной массой 60 т с подведением мощности к ведущим осям по предложенному алгоритму и управлением тяговыми электродвигателями «по моменту». Моделируется вход и движение в повороте с фиксированным радиусом ( $R = 21$  м). МКМ начинает двигаться со скоростью  $V = 20$  км/ч на опорном основании «сухой лед» (с коэффициентом взаимодействия движителя с опорным основанием при полном буксовании  $\mu_{s, \max} = 0,1$ ), все колеса автомобиля являются управляемыми. В качестве закона управления углом поворота колес принят закон, описанный в работе [11].

Поворот МКМ моделировался при постоянном уровне нажатия на педаль акселератора; угол поворота рулевого колеса изменялся от

нуля до максимального значения в течение 1 с и далее оставался неизменным.

Результаты моделирования движения МКМ с СДС представлены на рис. 4, 5, без СДС — на рис. 6, 7.

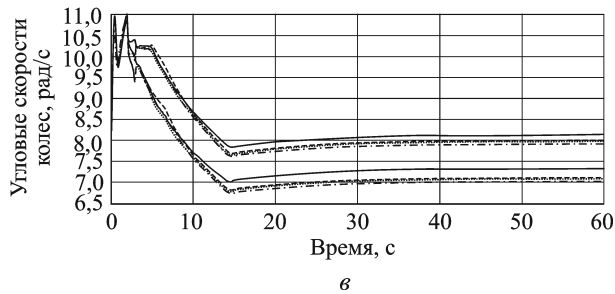
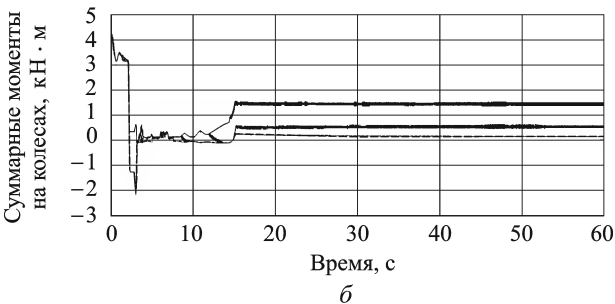
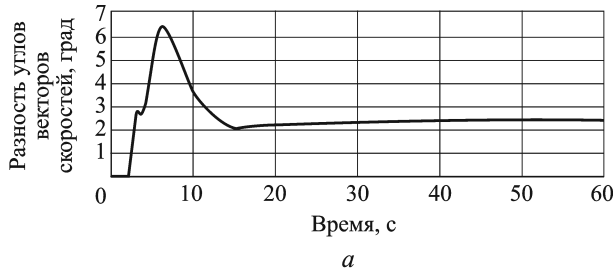


Рис. 4. Результаты моделирования движения МКМ с СДС на опорном основании «сухой лед»:

а — разность углов векторов скоростей; б — тяговые крутящие моменты на колесах; в — угловые скорости колес

Траектории движения исследуемых МКМ показаны на рис. 5 и 7. На рисунках видно, что при движении с СДС траектория движения на начальном этапе отклоняется в сторону центра поворота вследствие начала заноса задних осей. Однако уже на втором витке поворота МКМ возвращается на заданную водителем траекторию без его вмешательства (только за счет работы систем активной безопасности). При движении без СДС машина весьма существенно отклоняется от «идеальной» траектории. В случае работы СДС существенно снижается уровень пульсации крутящего момента на

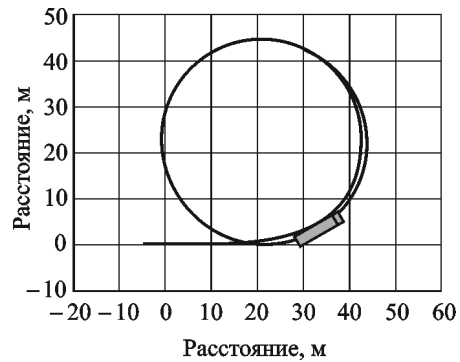


Рис. 5. Траектория движения МКМ (поворот на опорном основании «сухой лед» с СДС)

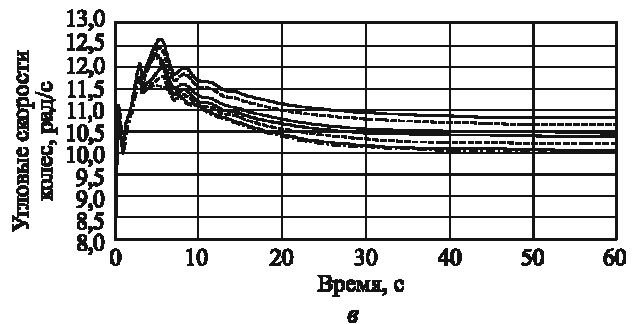
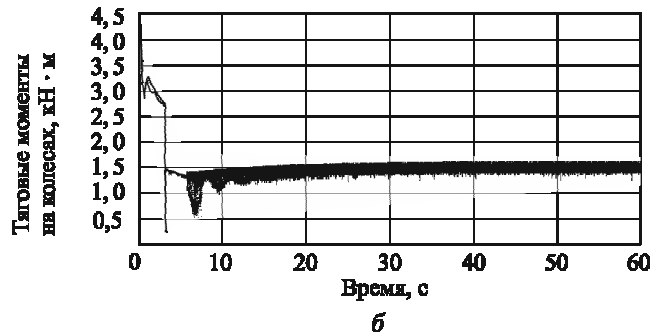
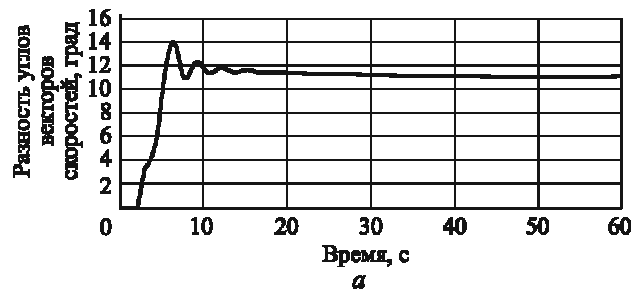


Рис. 6. Результаты моделирования движения МКМ без СДС на опорном основании «сухой лед»:

а — разность углов векторов скоростей;  
б — тяговые крутящие моменты на колесах;  
в — угловые скорости колес

колесах (см. рис. 4, б и 6, б), что объясняется меньшим проскальзыванием колес в контакте с опорной поверхностью. При этом скорость выполнения маневра МКМ с СДС была авто-

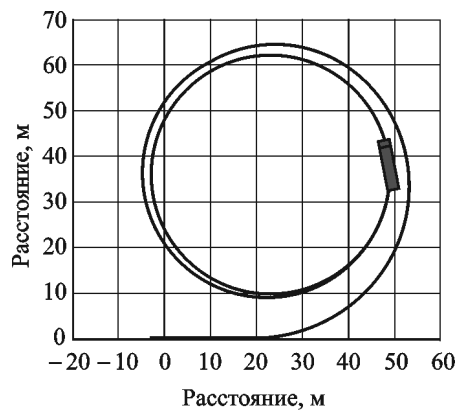


Рис. 7. Траектория движения МКМ (поворот на опорном основании «сухой лед» без СДС)

матически снижена с 25,5 до 18,4 км/ч. Значение разности углов  $\Theta_T - \Theta_\Phi$  для случая движения с СДС составило 2,5 град, без СДС — 11 град. Таким образом, разность курсовых углов при использовании СДС уменьшилась на 77%.

### Выводы

1. Разработан алгоритм работы системы динамической стабилизации курсовой и траекторной устойчивости МКМ за счет изменения крутящих моментов на ведущих осях МКМ.
2. Получено аналитическое выражение для определения главного вектора управляющего момента (закон оптимального управления), обеспечивающего курсовую и траекторную стабилизацию движения МКМ.
3. Разработан метод расчета изменения крутящих моментов на ведущих осях МКМ, обеспечивающий практическую реализацию разработанного метода управления.
4. Методами имитационного математического моделирования при выполнении МКМ маневра поворот доказана работоспособность предложенного закона динамической стабилизации движения для машин, оснащенных электромеханическими трансмиссиями, выполненными по схеме «мотор—ось».

### Литература

[1] Белоусов Б.Н., Попов С.Д. *Колесные транспортные средства особо большой грузоподъемности. Конструкция. Теория. Расчет.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. 728 с.

[2] Горелов В.А., Котиев Г.О., Мирошниченко А.В. Синтез системы управления тяговыми электродвигателями для индивидуального привода ведущих колес автомобиля. *Наука и образование*, 2011, вып. 12, № 77—30569/282533. URL: <http://technomag.edu.ru/doc/282533.html> (дата обращения 15 января 2014).

[3] Шеломков С.А., Купреянов А.А. *Способ управления многоприводной электрической трансмиссией многоосной колесной машины.* Пат. 2 426 660 RU МПК В 60 L 15/20, Н 02 Р 5/46, 2011, бюл. № 23.

[4] Плиев И.А., Сайкин А.М., Коршунов Г.В., Архипов А.В. Алгоритмы управления мощностями, подводимыми к колесам полноприводных автомобилей. *Журнал автомобильных инженеров*, 2012, № 3(74), с. 16—18.

[5] Jackson A., Crolla D., Woodhouse A., Parsons M. Improving Performance of a 6×6 Off-Road Vehicle Through Individual Wheel Control, *SAE Technical Paper* 2002-01-0968, 2002, doi:10.4271/2002-01-0968.

[6] Горелов В.А., Жилейкин М.М., Шинкаренко В.А. Разработка закона динамической стабилизации многоосной колесной машины с индивидуальным приводом двигателей. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 12. URL: <http://engjournal.ru/catalog/machin/transport/1029.html> (дата обращения 20 января 2014).

[7] Александрова И.Е., Александрова Т.Е. О выборе весовых коэффициентов оптимизируемого функционала в теории аналитического конструирования оптимальных регуляторов. *Радиоэлектроника, информатика, управления*, 2005, № 4, с. 135—137.

[8] Ловчаков В.И., Сухинин Б.В., Сурков В.В. *Оптимальное управление электротехническими объектами.* Тула, Изд-во ТулГУ, 2004. 149 с.

[9] Ванько В.И., Ермошина О.В., Кувыркин Г.Н. *Вариационное исчисление и оптимальное управление.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. 488 с.

[10] Котиев Г.О., Чернышев Н.В., Горелов В.А. Математическая модель криволинейного движения автомобиля с колесной формулой 8×8 при различных способах управления поворотом. *Журнал АИИ*, 2009, № 2, с. 34—40.

[11] Горелов В.А., Масленников Л.А., Тропин С.Л. Прогнозирование характеристик криволинейного движения многоосной колесной машины при различных законах всеколесного рулевого управления. *Наука и образование*, 2012, № 5. URL: <http://technomag.edu.ru/doc/403845.html>, doi: 10.7463/0512.0403845 (дата обращения 15 января 2014).

### References

[1] Belousov B.N., Popov S.D. *Kolesnye transportnye sredstva osobo bol'shoi gruzopod'emnosti. Konstruktsiia. Teoriia. Raschet* [Wheeled vehicles especially big load capacity. Design. Theory. Payment]. Moscow, Bauman Press, 2006. 728 p.

[2] Gorelov V.A., Kotiev G.O., Miroshnichenko A.V. Sintez sistemy upravleniia tiagovymi elektrodvigateliami dlia individual'nogo privoda vedushchikh koles avtomobilia [Synthesis of control traction motor for individual drive wheeled vehicle]. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana* [Science and Education of the Bauman MSTU]. 2011, no. 12. Available at: <http://technomag.edu.ru/doc/282533.html> (accessed 15 January 2014).

[3] Shelomkov S.A., Kupreianov A.A. *Sposob upravleniia mnogoprivodnoi elektricheskoi transmissiei mnogoosnoi kolesnoi mashiny* [Method of controlling electric drive train multidrive multi-wheeled vehicles]. Patent RF no. 2426660 RU МПК В 60 L 15/20, Н 02 Р 5/46, 2011.

[4] Pliiev I.A., Saikin A.M., Korshunov G.V., Arkhipov A.V. Algoritmy upravleniia moshchnostiami, podvodimymi k kolesam polnoprivodnykh avtomobiley [Control algorithms of the power supplied to the wheels wheel drive vehicles]. *Zhurnal*

*avtomobil'nykh inzhenerov* [Journal of Automotive Engineers]. 2012, no. 3(74), pp. 16–18.

[5] Jackson A., Crolla D., Woodhouse A., Parsons M. Improving Performance of a 6×6 Off-Road Vehicle Through Individual Wheel Control. *SAE Technical Paper*, 2002-01-0968, 2002, doi: 10.4271/2002-01-0968.

[6] Gorelov V.A., Zhileikin M.M., Shinkarenko V.A. Razrabotka zakona dinamicheskoi stabilizatsii mnogoosnoi kolesnoi mashiny s individual'nym privodom dvizhitelei [Controlling dynamic stabilization of a multi-wheeled vehicle with an individual propulsor drive]. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii* [Engineering Journal: Science and Innovations]. 2013, issue 12. Available at: <http://engjournal.ru/catalog/machin/transport/1029.html> (accessed 20 January 2014).

[7] Aleksandrova I.E., Aleksandrova T.E. O vybere vesovykh koefitsientov optimiziruемого функционала v teorii analiticheskogo konstruirovaniia optimal'nykh regulatorov [On the choice of weighting coefficients optimizing functional in the theory of analytical design of optimal controllers]. *Radioelektronika, informatika, upravlinnia* [Electronics, computer science, management]. 2005, no. 4, pp. 135–137.

[8] Lovchakov V.I., Sukhinin B.V., Surkov V.V. *Optimal'noe upravlenie elektrotekhnicheskimi ob'ektami* [Optimal control of electrical facilities]. Tula, TulGU publ., 2004. 149 p.

[9] Van'ko V.I., Ermoshina O.V., Kuvyrkin G.N. *Variatsionnoe ischislenie i optimal'noe upravlenie* [The calculus of variations and optimal control]. Moscow, Bauman Press, 2006. 488 p.

[10] Kotiev G.O., Chernyshev N.V., Gorelov V.A. Matematicheskaia model' krivoliniinogo dvizheniia avtomobilia s kolesnoi formuloi 8×8 pri razlichnykh sposobakh upravleniia povorotom [Mathematical model of curvilinear motion of the car with the wheel formula 8×8 at various ways of turning control]. *Zhurnal avtomobil'nykh inzhenerov* [Journal of Automotive Engineers]. 2009, no. 2. pp. 34–40.

[11] Gorelov V.A., Maslennikov L.A., Tropin S.L. Prognozirovanie kharakteristik krivoliniinogo dvizheniia mnogoosnoi kolesnoi mashiny pri razlichnykh zakonakh vsekolesnogo rulevogo upravleniia [Forecasting performance of curvilinear motion in multi wheeled vehicles for different all-wheel steering laws]. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana* [Science and Education of the Bauman MSTU]. 2012, no. 5, Available at: <http://technomag.edu.ru/doc/403845.html> (accessed 15 January 2014), doi: 10.7463/0512.0403845.

Статья поступила в редакцию 04.02.2014

## Информация об авторах

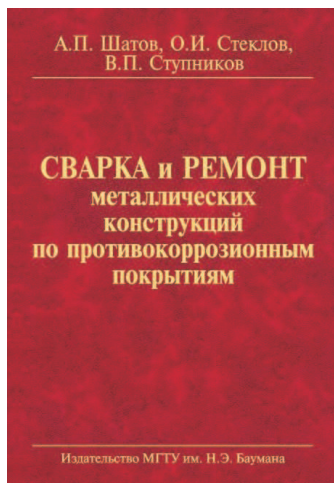
**ЖИЛЕЙКИН Михаил Михайлович** (Москва) — доктор технических наук, профессор кафедры «Колесные машины». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: jileykin\_m@mail.ru).

**СЕРЕДЮК Валентин Анатольевич** (Набережные Челны) — главный специалист ОАО «КАМАЗ» (423827, Набережные Челны, Республика Татарстан, Российская Федерация, Автозаводский пр., д. 2, e-mail: seredyuk\_kmz@mail.ru).

## Information about the authors

**ZHILEYKIN Mikhail Mikhaylovich** (Moscow) — Dr. Sc. (Eng.), Professor of «Wheeled Vehicles» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation, e-mail: jileykin\_m@mail.ru).

**SEREDYUK Valentin Anatol'evich** (Naberezhnye Chelny) — Chief Specialist of OJSC «KAMAZ» (Avtozavodskiy prosp., 2, 423827, Naberezhnye Chelny, Republic of Tatarstan, Russian Federation, e-mail: seredyuk\_kmz@mail.ru).



В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана вышло в свет учебное пособие «Сварка и ремонт металлических конструкций по противокоррозионным покрытиям», авторов А.П. Шатова, О.И. Стеклова, В.П. Ступникова.

Рассмотрены механизмы коррозии, вопросы технологии сварки и ремонта металлических конструкций по противокоррозионным покрытиям, составы и способы нанесения противокоррозионных покрытий.

Проанализирован и обобщен большой объем фактического материала, полученного с использованием современных технологических методов и измерительной аппаратуры.

По вопросам приобретения обращайтесь:  
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.  
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;  
[press@bmstu.ru](mailto:press@bmstu.ru); [www.baumanpress.ru](http://www.baumanpress.ru)