

УДК 621.81:539.4

О долговечности многослойных матриц для штамповки осесимметричных деталей

Ю.Р. Фаизов, Р.Ш. Валиев, Х.Ш. Газизов

Уфимский государственный авиационный технический университет, 450000, Республика Башкортостан, Уфа, К. Маркса ул., д. 12.

The lifetime of multilayer dies for industrial forging of axisymmetrical parts

Yu.R. Faizov, R.Sh. Valiev, Kh.Sh. Gazizov

Ufa State Aviation Technical University, Karla Marksa str., 12, 450000, Ufa, Bashkortostan, Russian Federation.



e-mail: sm.ugatu@mail.ru, sm.ugatu@mail.ru, khatib1949@rambler.ru



Повышение долговечности инструмента для холодной объемной штамповки деталей сложного профиля всегда является актуальной задачей, определяющей его надежность, уровень затрат на изготовление и время эксплуатации. Рассмотрены вопросы напряженно-деформированного состояния многослойных конструкций матриц для штамповки осесимметричных деталей сложной формы. Для уменьшения переменной части максимальных напряжений предложено натяги между слоями сделать переменными по высоте инструмента. Значения натягов определяются известными методами оптимального проектирования. Показано, что предложенный подход позволяет уменьшить долю переменной части напряжений, что существенно повышает долговечность инструмента.

Ключевые слова: долговечность инструмента, надежность, напряженно-деформированное состояние, многослойные конструкции.



Increasing the lifetime of dies for cold forging of complex parts is always an urgent problem as it determines their reliability, cost, and operating time. The problems of stress-strain state of multilayer dies intended for industrial forging of complex axisymmetrical parts are considered. To reduce variations of maximum stresses, the tension between layers are suggested to make variable along the die height. The tension values are determined by the well-known optimal design methods. It is shown that the proposed approach can reduce the variation of stresses, which significantly improves the die lifetime. It is shown that the height adjustable tension significantly increases not only its carrying capacity, but also durability. A similar problem for cylinders with a uniform thickness under constant internal pressure is referred to in the scientific literature as the academician Gadolin problem.

Keywords: lifetime, reliability, stress-strain state, optimal design, multilayer structure.

В конструкциях матриц, например, для штамповки шаровых пальцев (рис. 1) ввиду сложной формы высаживаемых деталей внутренняя (рабочая) поверхность инструмента подвержена воздействию переменного (по высоте ручья) внутреннего давления. Фрагмент эпюры единичного внутреннего давления на инструмент, полученный в результате численно-

го моделирования процесса штамповки шарового пальца в пакете DEFORM-2D приведен на рис. 2 [1].

Цель работы — создание методики проектирования многослойных матриц для штамповки осесимметричных деталей сложного профиля и их оптимизация за счет переменного по высоте поверхностей контакта слоев натяга.

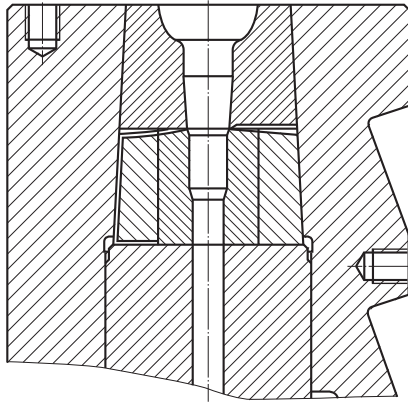


Рис. 1. Разрез матрицы

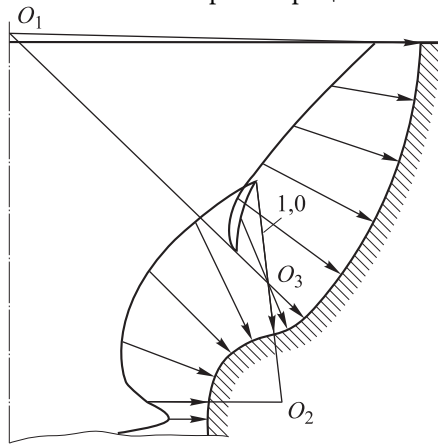


Рис. 2. Фрагмент эпюры внутреннего давления

В работах [2, 3] предложена методика исследования напряженного состояния многослойных матриц для штамповки осесимметричных деталей методом конечных элементов (МКЭ), причем натяги между слоями полагаются постоянными по высоте инструмента. Суть этой методики заключается в следующем: матричное уравнение равновесия i -го слоя многослойной матрицы в блочном виде записывается в виде

$$\begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(i)} & \mathbf{K}_{12}^{(i)} & \mathbf{K}_{13}^{(i)} \\ \mathbf{K}_{21}^{(i)} & \mathbf{K}_{22}^{(i)} & \mathbf{K}_{23}^{(i)} \\ \mathbf{K}_{31}^{(i)} & \mathbf{K}_{32}^{(i)} & \mathbf{K}_{33}^{(i)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_1^{(i)} \\ \mathbf{u}_2^{(i)} \\ \mathbf{u}_3^{(i)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1^{(i)} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{X}_2^{(i)} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$i = 1, 2, \dots, n.$

Здесь $\mathbf{K}_{ij}^{(i)}$ — блоки (прямоугольные, кроме диагональных) матрицы жесткости слоя i ; $\mathbf{u}_1^{(i)}$ — вектор (матрица-столбец) перемещений узлов на внутренней поверхности слоя $i + 1$ (см. рис. 1); $\mathbf{u}_2^{(i)}$ — вектор перемещений оставшихся (внутренних) узлов; $\mathbf{u}_3^{(i)}$ — вектор перемещений узлов на наружной поверхности слоя i ; $\mathbf{X}_1^{(i)}$ — вектор узловых сил на внутренней поверхности слоя; $\mathbf{X}_2^{(i)}$ — вектор узловых сил на

наружной поверхности слоя; $\mathbf{0}$ — нулевой вектор; n — число слоев.

Если из уравнений (1) исключить неизвестные $\mathbf{u}_2^{(i)}$, то получим уравнения суперэлементной формулировки [3].

Учитывая, что

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_1^{(i)} &= -\mathbf{X}_2^{(i-1)}, \quad i = 2, 3, \dots, n-1; \\ \mathbf{X}_2^{(n)} &= \mathbf{0}, \quad \mathbf{X}_1^{(0)} = p_{\max} \mathbf{p} \end{aligned} \quad (2)$$

(действие равно противодействию; наружная поверхность матрицы свободна от нагрузок; \mathbf{p} — вектор узловых сил от «единичного» (см. рис. 2) внутреннего давления),

$$\mathbf{u}_1^{(i)} = \mathbf{u}_3^{(i-1)} + \Delta_{i-1}, \quad i = 2, 3, \dots, n, \quad (3)$$

где Δ_i — вектор радиальных натягов в узлах на поверхности контакта слоев i и $i - 1$, уравнения (1) можно объединить в одну систему стандартного для МКЭ вида:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{R}. \quad (4)$$

Здесь \mathbf{u} — вектор неизвестных узловых перемещений,

$$\mathbf{u}^T = \left\| u_1^{(1)T} \ u_2^{(1)T} \ u_3^{(1)T} \ u_2^{(2)T} \ u_3^{(2)T} \ \dots \ u_2^{(n)T} \ u_3^{(n)T} \right\|; \quad (5)$$

\mathbf{K} — глобальная матрица жесткости многослойной конструкции, для трехслойного случая имеет вид

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(1)} & \mathbf{K}_{12}^{(1)} & \mathbf{K}_{13}^{(1)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{K}_{21}^{(1)} & \mathbf{K}_{22}^{(1)} & \mathbf{K}_{23}^{(1)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{K}_{31}^{(1)} & \mathbf{K}_{32}^{(1)} & \mathbf{K}_{33}^{(1)} + \mathbf{K}_{11}^{(2)} & \mathbf{K}_{12}^{(2)} & \mathbf{K}_{13}^{(2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{K}_{21}^{(2)} & \mathbf{K}_{22}^{(2)} & \mathbf{K}_{23}^{(2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{K}_{31}^{(2)} & \mathbf{K}_{32}^{(2)} & \mathbf{K}_{33}^{(2)} + \mathbf{K}_{11}^{(3)} & \mathbf{K}_{12}^{(3)} & \mathbf{K}_{13}^{(3)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{K}_{21}^{(3)} & \mathbf{K}_{22}^{(3)} & \mathbf{K}_{23}^{(3)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{K}_{31}^{(3)} & \mathbf{K}_{32}^{(3)} & \mathbf{K}_{33}^{(3)} \end{pmatrix} \quad (6)$$

(вид матрицы для двух и произвольного числа слоев — очевиден); \mathbf{R} — модифицированный вектор узловых сил,

$$\begin{aligned} \mathbf{R}^T &= \mathbf{p}^T \left\| I \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \ 0 \right\| p_{\max} - \\ &- \Delta_1^T \left\| 0 \ 0 \ \mathbf{K}_{11}^{(2)T} \ \mathbf{K}_{21}^{(2)T} \ \mathbf{K}_{31}^{(2)T} \ \dots \ 0 \ 0 \ 0 \right\| - \\ &- \Delta_2^T \left\| 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \mathbf{K}_{11}^{(3)T} \ \dots \ 0 \ 0 \ 0 \right\| - \\ &\dots \dots \dots \\ &- \Delta_{n-2}^T \left\| 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \ \mathbf{K}_{31}^{(n-1)T} \ 0 \ 0 \right\| - \\ &- \Delta_{n-1}^T \left\| 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \ \mathbf{K}_{11}^{(n)T} \ \mathbf{K}_{21}^{(n)T} \ \mathbf{K}_{31}^{(n)T} \right\|, \quad (7) \end{aligned}$$

где I — единичная матрица.

Если натяги по высоте инструмента постоянны, то

$$\Delta_k = \Delta_k \mathbf{J}_k, \quad k = 1, 2, \dots, n - 1. \quad (8)$$

Здесь Δ_k — числовое значение натяга.

Если перемещения узлов в векторах \mathbf{u} перечислены в следующем порядке: радиальное и осевое, тогда они имеют размерность $2M^{(k)}$, где $M^{(k)}$ — число двойных узлов на стыке k ,

$$\mathbf{J}_k^T = \|\| 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \dots 1 \ 0 \|\|, \quad k = 1, 2, \dots, n - 1; \quad (9)$$

Сказанное выше остается в силе и в случае, когда вектор радиальных натягов в узлах Δ_k меняется от точки к точке на контактирующих поверхностях. Наиболее технологичным вариантом изменения натягов по высоте поверхностей контакта является кусочно-линейный закон (рис. 3), особенно если внутренний слой составлен из нескольких вставок. В этом случае закон изменения радиальных натягов по высоте инструмента (на стыке k) может быть представлен в следующем виде:

$$\Delta_k(z) = \sum_{m=1}^{n_k} \Delta_{km} N_m(z). \quad (10)$$

Здесь $N_m(z)$ — интерполирующие функции, такие же, что используются в МКЭ с линейными элементами (см. рис. 3), причем

$$\sum_{m=1}^{n_k} N_m(z) = 1 \quad (11a)$$

для любого z [4]; n_k — число, на единицу большее, чем число вставок в охватываемом слое k (на рис. 3 три вставки).

Анализ структуры глобальной матрицы жесткости (6) показывает, что ее можно построить обычным для МКЭ способом, как для конструкции из неоднородных материалов. При этом не нужно специально перенумеровывать узлы, что подразумевалось при выводе формул (4) и (6). Модификации подлежат лишь

вектор узловых сил (7). В случае переменных по высоте инструмента натягов вид векторов \mathbf{J}_k^* несколько изменяется. Ненулевые элементы, т. е. соответствующие радиальным направлениям элементов на границах соседних вставок, по-прежнему равны 1, уменьшаются до нуля к другой границе (в соответствии с рис. 3) и могут быть представлены в следующем виде:

$$\sum_{m=1}^{n_k} \mathbf{J}_m^* = \mathbf{J}_k. \quad (11б)$$

После решения системы линейных алгебраических уравнений (4) неизвестные перемещения узлов на охватывающих поверхностях слоев могут быть вычислены по формуле (3), а затем, обычным способом МКЭ — деформации и напряжения в точках интегрирования конечных элементов и в узлах [3]. В частности, компоненты тензора напряжений в любой точке могут быть записаны в виде

$$\sigma_{ij}(r, z) = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{m=1}^{n_k} \sigma_{ij}^{km}(r, z) \Delta_{km} + \sigma_{ij}^p(r, z) p_{\max}, \quad (12)$$

где $i, j = 1, 2, 3$ — соответственно радиальное, осевое и окружное направления; при осесимметричной деформации $\sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$.

В частном случае постоянных натягов между слоями в (12) следует положить $\Delta_{km} = \Delta_k$, $m = 1, 2, \dots, n_k$.

Однако изложенный выше алгоритм не предусматривает возможность проскальзывания контактирующих поверхностей. В реальных условиях, применительно к многослойным матрицам, где поверхности соприкосновения слоев цилиндрические или близки к таковым, как показывают вычисления, касательные напряжения на поверхностях контакта не превышают сил кулоновского трения, что не является существенным недостатком.

Основная цель создания натягов между слоями толстостенного цилиндра — уменьшение

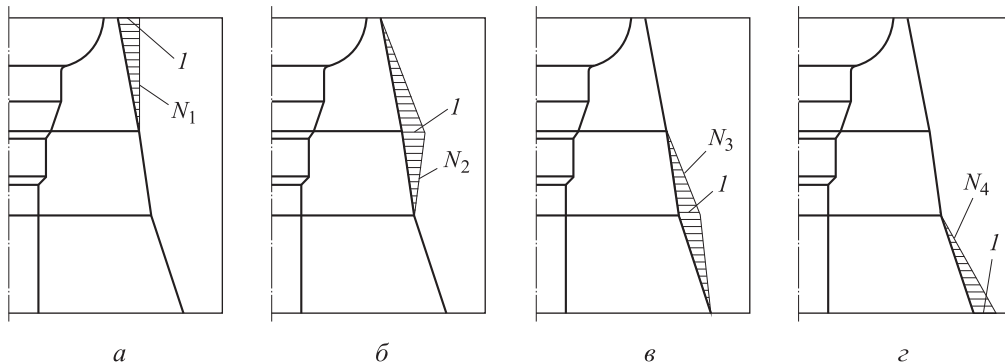


Рис. 3. Эпюры интерполирующих натяг функций:
а — N_1 ; б — N_2 ; в — N_3 ; г — N_4

растягивающих окружных напряжений σ_{33} от внутреннего давления и натягов. При численном решении задачи такая цель математически может быть сформулирована как определение минимума функционала

$$J = \sum_{k=1}^N (\sigma_{33 \max}^k)^2 \rightarrow \min, \quad (13)$$

где N — число составляющих матрицу элементов; $\sigma_{33 \max}^k$ — максимальное окружное напряжение на внутренней поверхности вставки k .

Уравнение (13) представляет собой основное соотношение метода наименьших квадратов [5].

Как следует из второго слагаемого (12), функционал (13) зависит от максимального значения внутреннего давления p_{\max} (при заданном законе изменения его по длине цилиндра) и дискретного множества натягов на стыках вставок Δ_{rk} . Интерес представляет только такое множество переменных проектирования p_{\max} и Δ_{rk} , которое не только обеспечивает минимум функционалу (13), но одновременно удовлетворяет условиям прочности слоев:

$$\sigma_{\text{эkv } k} < \sigma_{\text{lim } k}, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (14)$$

Здесь $\sigma_{\text{эkv } k}$ — эквивалентное напряжение для материала k -го слоя конструкции; $\sigma_{\text{lim } k}$ — предельное напряжение для материала k -го слоя конструкции. Если решается задача о несущей способности составной конструкции $p_{\text{lim}} \rightarrow \max(p_{\max})$, в качестве $\sigma_{\text{lim } k}$ следует принять пределы текучести материала; если речь идет о выносливости, то — пределы выносливости (сложное нагружение, [6]) и в выражениях (14) знаки неравенства следует заменить знаками равенства.

При наличии ограничений (14) рассчитывается минимум функционала

$$J' = \sum_{k=1}^M (\sigma_{33 \max}^k)^2 + \sum_{k=1}^N \lambda_k (\sigma_{\text{эkv } k} - \sigma_{\text{lim } k}) \rightarrow \min, \quad (15)$$

где λ_k — множители Лагранжа [5].

Условия минимума J' в нашем случае имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial J'}{\partial p_{\text{lim}}} = 0; \quad \frac{\partial J'}{\partial \Delta_{rk}} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, n; \\ \frac{\partial J'}{\partial \lambda_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, M. \end{aligned} \quad (16)$$

Замкнутая система из

$$N + \sum_{r=1}^M n_r + 1$$

уравнений (16) относительно того же числа не-

известных p_{lim} , Δ_{rk} , λ_i является нелинейной, поскольку эквивалентные напряжения $\sigma_{\text{эkv } k}$, вычисленные через компоненты тензора напряжений в какой-либо системе координат (в рассматриваемом случае цилиндрическая), содержат их квадраты [6]. Только в частном случае, когда на поверхностях контакта слоев можно пренебречь касательными напряжениями и за неравенство (14) принять условие текучести Треска — Сен-Венана [7], система уравнений (16) относительно переменных проектирования будет линейной. Если многослойный цилиндр нагружен только внутренним давлением, такое предположение для первого (внутреннего) слоя будет точным. Как показали многочисленные численные эксперименты, погрешность такого упрощения дает несколько заниженные значения эквивалентных напряжений, не превышающие разность их величин, полученных за счет использования вместо условия Треска — Сен-Венана более точного, как принято считать, условия текучести Мизеса [7, 8].

Поскольку главный интерес представляет выносливость матрицы, задачу можно упростить, заменяя неравенства (1) равенствами, так как максимум внутреннего давления имеет место в случае, когда эквивалентные напряжения достигают предельных значений, т. е. предела выносливости. Остается открытым вопрос об опасных точках внутренних контуров слоев. Пока не определены натяги между слоями, их невозможно указать. Для решения этой задачи предлагается следующий итерационный алгоритм:

- 1) принять в первом приближении (начальный проект) натяги постоянными по высоте контактирующих поверхностей;
- 2) изложенным выше методом решить задачу о напряженно-деформированном состоянии составной многослойной конструкции;
- 3) установить положение опасных точек на внутренних контурах слоев;
- 4) определить оптимальные значения натягов и предельное давление на инструмент;
- 5) при найденных значениях этих величин вычислить эквивалентные напряжения во внутренних контурах инструмента и, если они не превышают допустимых перейти к п. 7;
- 6) вернуться к п. 4 с новыми данными о давлении и положении опасных точек;
- 7) конец.

Следует отметить, что найденное значение предельного давления зависит не только от натягов, но и от радиусов посадочных поверхностей. Для определения несущей способности

необходим еще один итерационный процесс — поиск этих размеров. Используем для этого градиентный метод [9].

Приведенная конечно-элементная методика определения максимального внутреннего давления p_{lim} и узловых значений (на границах вставок) натягов Δ_{rk} была реализована в виде пакета программ на языке Fortran 90.

Результаты решения тестовой задачи о предельном внутреннем давлении и постоянном натяге двухслойной трубы (r_1 — внутренний радиус; r_3 — наружный радиус; $r_2 = (r_1 r_3)^{1/2}$ — оптимальное значение радиуса посадочной поверхности, обеспечивающий при радиальном натяге Δ наибольшее значение внутреннего давления p_{lim}) приведены ниже:

Метод	p_{lim}/σ_{lim}	$E\Delta/(\sigma_{lim} r_2)$
Аналитическое решение [10]	0,667	0,303
МКЭ, постоянный натяг	0,682	0,312

Как следует из приведенных результатов, наибольшая погрешность при вычислении предельного внутреннего давления составляет 2,2 %, а по натягу — 3 % (уменьшается при измельчении сетки конечных элементов).

По предложенному алгоритму была рассчитана несущая способность реальной конструкции двухслойной матрицы для штамповки шаровых пальцев (см. рис. 1) с собранными с постоянным натягом слоями. Закон изменения внутреннего давления был принят таким же, что и в работе [2]. Эпюра относительных напряжений Мизеса (в числителе в долях от наибольшего из предельных напряжений верхней вставки $\sigma_{lim1} = 2300$ МПа) верхней части внутреннего контура инструмента представлена

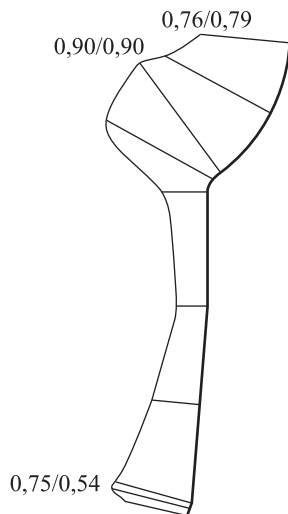


Рис. 4. Эпюра относительных напряжений Мизеса во внутреннем контуре матрицы

на рис. 4. Максимальное относительное значение напряжений Мизеса, равное 0,90, имеет место во внутреннем контуре переходной области (поверхность тора, с центром O_3 , см. рис. 2), где эквивалентные напряжения, вычисленные по гипотезе Треска — Сен-Венана, достигают максимума (относительное значение равно 1,0), что подтверждает правомерность ранее принятого упрощения нелинейной системы (16). На рис. 4 в знаменателе приведены численные результаты расчетов при переменных по высоте инструмента натягах. Как следует из этих данных, использование переменного натяга приводит к некоторому выравниванию напряжений Мизеса по высоте инструмента в наиболее нагруженном участке, формирующей сферическую часть заготовки.

Полученные результаты подтверждаются и характером разрушения верхней вставки (на рис. 5): усталостная трещина образуется во внутреннем контуре переходной области, именно там, где эквивалентные напряжения достигают максимума.

Напряжения в инструменте складываются из двух частей: постоянная часть, обусловленная натягами, и переменная, вызванная внутренним давлением. Значение последних для инструмента многократного пользования должны быть таковы, чтобы в сумме с первыми в опасной точке оно не превышало временного предела выносливости материала инструмента.

Числовые значения напряжений Мизеса, МПа, в опасной точке для двух значений внутреннего давления (рабочее значение максимального давления принято равным $0,4p_{lim}$) приведены ниже:

Максимальное давление	Постоянный натяг	Переменный натяг
1 000	278	904
0	967	341

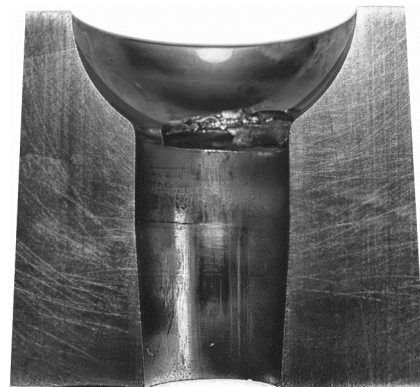


Рис. 5. Диаметральный разрез верхней вставки после разрушения

При практически равных значениях средних напряжений $\sigma_m = 622$ МПа амплитуды переменных напряжений составили: при постоянном натяге $\sigma_a = 344$ МПа, при переменных — $\sigma_a = 282$ МПа, т. е. уменьшились примерно на 18 %. Даже такое, на первый взгляд, незначительное уменьшение амплитуды переменных напряжений должно привести к заметному повышению долговечности матрицы. Как известно, при линейном напряженном состоянии показатель степени кривой усталости имеет достаточно большое значение, например, для сталей он составляет от 12...15. Поэтому уменьшение амплитуды напряжений в 1,18 раза должно привести к увеличению долговечности в $1,18^{12}$ раз. Однако случай малоциклового усталости (высокий уровень напряжений) при объемном напряженном состоянии к настоящему времени все еще мало изучен. Очевидно и здесь следует ожидать повышения долговечности, может быть и в не такой степени.

В ОАО «БелЗАН» (г. Белебей) были изготовлены и проведены опытно-промышленные испытания модернизированной конструкции (с переменными натягами). Они показали, что применение переменных по высоте инструмента натягов приводит к заметному (до 50 %) увеличению долговечности матрицы.

Выводы

1. Показано, что для многослойного инструмента для штамповки осесимметричных деталей сложного профиля за счет переменного по высоте штампа натяга удастся заметно уменьшить амплитуды переменных составляющих напряжений.
2. Определены числовые значения оптимальных натягов.
3. Опытно-промышленными испытаниями установлено, что применение предложенного алгоритма позволяет существенно повысить долговечность инструмента.

Литература

- [1] Жернаков В.С., Газизов Х.Ш., Валиев Р.Ш., Ермоленко А.Н. Контактное взаимодействие инструмента и заготовки при штамповке круглых деталей. *Вестник УГАТУ*, 2006, № 1(14), с. 192–195.
- [2] Овчинников С.В., Валиев Р.Ш., Газизов Х.Ш., Фаизов Ю.Р. О напряженном состоянии составных цилиндров переменной жесткости. *Вестник УГАТУ*, 2011, т. 15, № 4(44), с. 95–97.
- [3] Овчинников С.В., Валиев Р.Ш., Газизов Х.Ш., Фаизов Ю.Р. Напряженное состояние составных матриц для штамповки сложнопрофильных осесимметричных деталей. *Современные методы и технологии создания и обработки материалов. Тр. VII Междунар. науч.-техн. конф.* Кн. 3. Минск, Изд-во ФТИ НАН Беларуси, 2012, с. 81–86.
- [4] Присекин В.Л., Расторгуев Г.И. *Основы метода конечных элементов в механике деформируемых тел*. Новосибирск, Изд-во НГТУ, 2010. 238 с.
- [5] Губанов В.С. *Обобщенный метод наименьших квадратов. Теория и применение в астрометрии*. Санкт-Петербург, Наука, 1997. 319 с.
- [6] Пантелеев А.В. *Вариационное исчисление в примерах и задачах*. Москва, Изд-во МАИ, 2000. 230 с.
- [7] Горшков А.Г., Старовойтов Э.И., Тарлаковский Д.В. *Теория упругости и пластичности*. Москва, Изд-во ФИЗМАТЛИТ, 2003. 416 с.
- [8] Коллинз Дж. *Повреждение материалов в конструкциях*. Москва, Мир, 1984. 624 с.
- [9] Хог Э., Арора Я. *Прикладное оптимальное проектирование*. Москва, Мир, 1983. 479 с.
- [10] Феодосьев В.И. *Сопротивление материалов*. Москва, Изд-во МГТУ, 2000. 592 с.

References

- [1] Zhernakov V.S., Gazizov Kh.Sh., Valiev R.Sh., Ermolenko A.N. Kontaktное взаимодействие инструмента и заготовки при shtampovke kruglykh detalei [Numerical simulation of contact relation of the tool and of the blank while heading of rotational part]. *Vestnik UGATU [Herald USATU]*. 2006, no. 1(14), pp. 192–195.

- [2] Ovchinnikov S.V., Valiev R.Sh., Gazizov Kh.Sh., Faizov Iu.R. O napriazhennom sostoianii sostavnykh tsilindrov peremennoi zhestkosti [The stressed state of a composite cylinder with variable rigidity]. *Vestnik UGATU* [Herald USATU]. 2011, vol. 15, no. 4(44), pp. 95–97.
- [3] Ovchinnikov S.V., Valiev R.Sh., Gazizov Kh.Sh., Faizov Iu.R. *Napriazhennoe sostoianie sostavnykh matrits dlia shtampovki slozhnoprofil'nykh osesimmetrichnykh detalei* [Stress state of composite matrices for punching slozhnoprofilnykh axisymmetric parts]. *Sovremennye metody i tekhnologii sozdaniia i obrabotki materialov. Trudy 7 mezhdunarodnoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii* [Proceedings of the 7th International Scientific and Technical Conference]. Book 3, Minsk, FTI NAN Belarusi publ., 2012, pp. 81–86.
- [4] Prisekin V.L., Rastorguev G.I. *Osnovy metoda konechnykh elementov v mekhanike deformiruemykh tel* [Fundamentals of the finite element method in the mechanics of deformable bodies]. Novosibirsk, NSTU publ., 2010. 238 p.
- [5] Gubanov V.S. *Obobshchennyi metod naimen'shikh kvadratov. Teoriia i primenenie v astro-metrii* [Generalized least-squares method. Theory and application in astrometry]. St. Petersburg, Nauka publ., 1997. 319 p.
- [6] Pantelev A.V. *Variatsionnoe ischislenie v primerakh i zadachakh* [The calculus of variations in the examples and problems]. Moscow, MAI publ., 2000. 230 p.
- [7] Gorshkov A.G., Starovoitov E.I., Tarlakovskii D.V. *Teoriia uprugosti i plastichnosti* [Theory of elasticity and plasticity]. Moscow, FIZMATLIT publ., 2003. 416 p.
- [8] Kollinz Dzh. *Povrezhdenie materialov v konstruksiiakh* [Damage to materials in the construction]. Moscow, Mir publ., 1984. 624 p.
- [9] Khog E., Arora Ia. *Prikladnoe optimal'noe proektirovanie* [Applied optimal design]. Moscow, Mir publ., 1983. 479 p.
- [10] Feodos'ev V.I. *Soprotivlenie materialov* [Strength of materials]. Moscow, Bauman Press, 2000. 592 p.

Статья поступила в редакцию 02.06.2014

Информация об авторах

ФАИЗОВ Юрий Рустемович (Уфа) — аспирант кафедры «Сопrotивление материалов». Уфимский государственный авиационный технический университет (450000, Республика Башкортостан, Уфа, ул. К. Маркса, д. 12, e-mail: sm.ugatu@mail.ru).

ВАЛИЕВ Рафаил Шамилевич (Уфа) — кандидат технических наук, доцент кафедры «Сопrotивление материалов». Уфимский государственный авиационный технический университет (450000, Республика Башкортостан, Уфа, ул. К. Маркса, д. 12, e-mail: sm.ugatu@mail.ru).

ГАЗИЗОВ Хатиб Шарфзянович (Уфа) — доктор технических наук, профессор кафедры «Сопrotивление материалов». Уфимский государственный авиационный технический университет (450000, Республика Башкортостан, Уфа, ул. К. Маркса, д. 12, e-mail: khatib1949@rambler.ru).

Information about the authors

FAIZOV Yuriy Rustemovich (Ufa) — Post-Graduate of «Strength of Materials» Department. Ufa State Aviation Technical University (USATU, Karla Marksa str., 12, 450000, Ufa, Bashkortostan, Russian Federation, e-mail: sm.ugatu@mail.ru).

VALIEV Rafail Shamilevich (Ufa) — Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor of «Strength of Materials» Department. Ufa State Aviation Technical University (USATU, Karla Marksa str., 12, 450000, Ufa, Bashkortostan, Russian Federation, e-mail: sm.ugatu@mail.ru).

GAZIZOV Khatib Sharfzyanovich (Ufa) — Dr. Sc. (Eng.), Professor of «Strength of Materials» Department. Ufa State Aviation Technical University (USATU, Karla Marksa str., 12, 450000, Ufa, Bashkortostan, Russian Federation, e-mail: khatib1949@rambler.ru).