

РАСЧЕТ ТРАЕКТОРИЙ ДВИЖЕНИЯ ЖЕСТКОГО РОТОРА В РАДИАЛЬНЫХ АКТИВНЫХ МАГНИТНЫХ ПОДШИПНИКАХ

Канд. техн. наук, доц. О.В. СОЛОМИН, асп. М.И. САЛИН

Приводятся основные соотношения для расчета действующих сил и траекторий движения жесткого ротора в радиальных активных магнитных подшипниках. Описан алгоритм моделирования динамического поведения ротора в среде MatLAB\Simulink. Представлены некоторые результаты, иллюстрирующие корректную работу разработанного алгоритма. Сделаны выводы о направлениях дальнейших исследований в области динамики роторов в активных магнитных подшипниках.

The basic equations for active forces and trajectories of motion of a rigid rotor in radial active magnetic bearings are presented in this article. The algorithm for modeling of rotordynamics in MatLAB\Simulink-software is described. Some results that illustrate correct work of this algorithm are represented. Conclusions about further research in the field of dynamics of rotors in active magnetic bearings are drawn.

В различных отраслях современной техники в качестве опор высокоскоростных роторных систем находят свое применение активные магнитные подшипники (АМП). Примеры конкретного применения опор этого типа можно найти в изделиях криогенной и вакуумной техники (насосы, компрессоры, детандеры), гироскопических устройствах, высокоскоростных шпиндельных узлах, мехатронной технике, измерительных приборах [1—3]. Отсутствие механического контакта между ротором и статором и наличие электронной системы управления, а также ряд других преимуществ делают АМП, в ряде важных практических случаев, достойной альтернативой подшипникам скольжения и качения при конструировании подвески высокоскоростных роторных систем.

Основным источником информации о динамическом поведении роторной системы являются траектории движения центров опорных частей ротора в зазорах подшипников. На этапе доводки машины или в процессе ее эксплуатации траектории движения могут быть получены путем съема информации о виброперемещениях с соответствующих датчиков. В этом случае полученные траектории становятся основой для диагностирования технического состояния машины и принятия решений об ее усовершенствовании. При проектировании компоновочной схемы и расчете подвески роторной системы с АМП траектории движения можно получить, решая совместно уравнения динамики ротора и уравнения электродинамики, описывающие электромагнитные процессы в рассматриваемой системе. Следует отметить, что ввиду сложности математической модели в общем случае задача определения траекторий движения ротора не допускает аналитического решения и требует привлечения численных методов.

Траектории движения цапфы ротора представляют собой геометрическое место точек, определяющих положение центра опорной части ротора, движущегося под действием системы внешних возмущающих силовых факторов и реакций активных магнитных подшипников в конкретный момент времени. Форма, размеры и положение траектории движения центра цапфы определяются видом и характером нагрузок, а также геометрическими, механическими и электромагнитными параметрами рассматриваемой систе-

мы. Метод траекторий позволяет судить об устойчивости системы «ротор — АМП» на основании следующих соображений:

- траектории центра цапфы устойчивого ротора, беря начало в некоторой исходной точке, сходятся либо в точку в пределах радиального зазора АМП, либо описывают некоторые замкнутые линии ограниченного размера;
- если ротор неустойчив, то траектория центра цапфы либо монотонно удаляется от исходного положения, достигая со временем границы радиального зазора в АМП, либо постепенно заполняет некоторую область значительного размера, не доходя до границы зазора.

В связи с приведенными соображениями моделирование поведения ротора на АМП и последующий анализ траекторий движения центров его цапф являются актуальными задачами, решение которых позволит относительно быстро подобрать геометрические (размеры статора, величина зазора) и электрические параметры (значения напряжений и токов в обмотках электромагнитов, характеристики электронной системы управления) активной магнитной опоры так, чтобы обеспечить необходимые динамические качества и грузоподъемность АМП и обеспечить, таким образом, надежную и устойчивую работу роторной системы.

Рассмотрим движение несимметричного жесткого ротора (рис. 1), вращающегося с постоянной угловой скоростью в двух одинаковых радиальных магнитных опорах, состоящих из четырех одинаковых контуров, которые расположены симметрично напротив друг друга (рис. 2).

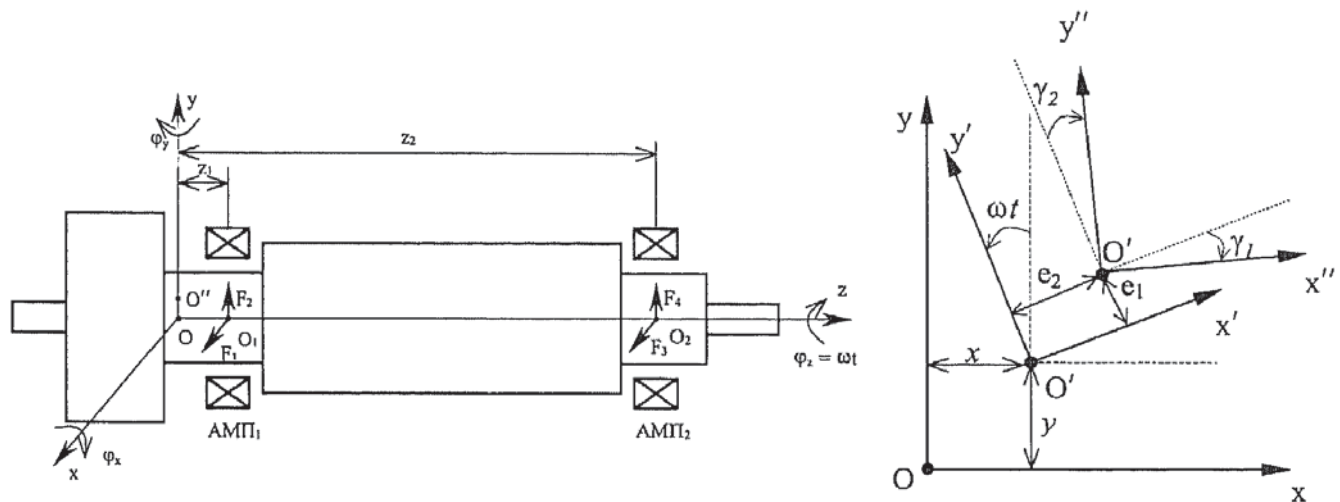


Рис. 1. Подвес жесткого ротора в двух радиальных АМП

В общем случае уравнения движения данной электромеханической системы имеют вид уравнений Лагранжа—Максвелла [4]

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{y}_s} - \frac{\partial T}{\partial y_s} - \frac{\partial W_m}{\partial y_s} = -\frac{\partial \Pi}{\partial y_s} + Q_s + F_s; \quad s = \overline{1, n}; \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial W_m}{\partial i_k} = U_k - \frac{\partial \Psi_e}{\partial i_k}, \quad k = \overline{1, m},$$

где y_s — обобщенные координаты; n — число степеней свободы роторной системы; T и Π — соответственно кинетическая энергия и потенциальная энергия; Q_s — активные неконсервативные обобщенные силы; F_s — управляющие силы; W_m — энергия магнитного

поля; m — число электромагнитов; i_k и U_k — соответственно ток и управляющее ЭДС в k -ом контуре; Ψ_e — электрическая диссипативная функция.

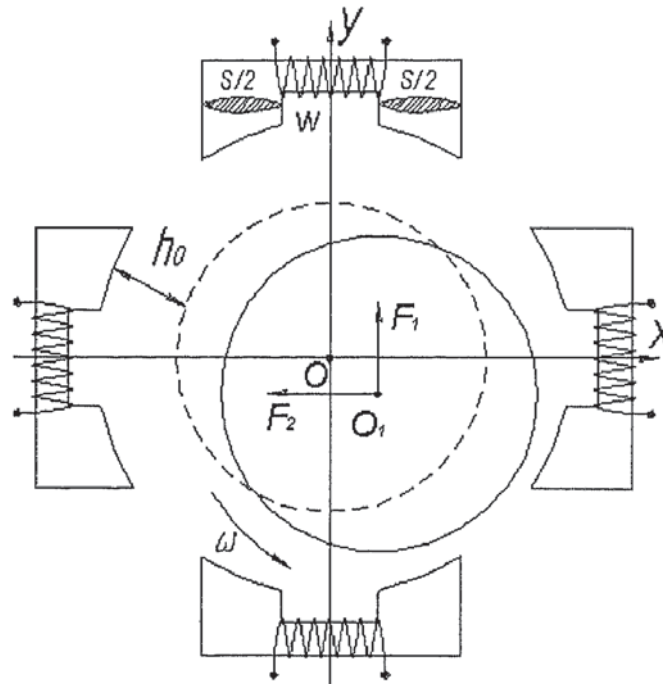


Рис. 2. Схема сил, действующих в радиальном АМП

Рассматриваем движение жесткого ротора, вращающегося с постоянной угловой скоростью, что обеспечивается предположением об идеальном двигателе (двигателе неограниченной мощности). Для описания роторной системы с АМП удобно использовать три системы прямоугольных координат: $Oxyz$ — неподвижная система с началом координат, лежащим в плоскости центра масс ротора и осью Oz , проходящей через геометрические центры опор O_1 и O_2 ; $O'x'y'z'$ — подвижная система координат, связанная с ротором, в начальный момент времени совпадающая с $Oxyz$; $O''x''y''z''$ — связана с центром масс ротора. Параметры неуравновешенности системы характеризуются величинами $e_1, e_2, \gamma_1, \gamma_2$ (рис. 1). Таким образом, записав соответствующие выражения для кинетической, потенциальной и магнитной энергии и для диссипативной электрической функции, подставив их в уравнения (1), можно получить систему уравнений движения роторной системы в виде, удобном для численного интегрирования,

$$\begin{cases} M\ddot{x} = P_x + M\omega^2(e_1 \cos \omega t - e_2 \sin \omega t) \\ M\ddot{y} = P_y + M\omega^2(e_1 \sin \omega t + e_2 \cos \omega t) \\ J\ddot{\phi}_x + J_0\omega\dot{\phi}_y = L_x + \omega^2(J - J_0)(\gamma_1 \cos \omega t - \gamma_2 \sin \omega t) \\ J\ddot{\phi}_y - J_0\omega\dot{\phi}_x = L_y + \omega^2(J - J_0)(\gamma_1 \sin \omega t + \gamma_2 \cos \omega t) \end{cases} \quad (2)$$

где M — масса ротора; x, y — координаты точки O' ; $\phi_x, \phi_y, \phi_z = \omega t$ — углы поворота системы координат $O'x'y'z'$ относительно $Oxyz$; $J = J_x = J_y$ — экваториальный момент инерции ротора, J_0 — осевой момент инерции ротора; P_x, P_y, L_x, L_y — проекции внешних сил и моментов на оси Ox и Oy , зависящие от силы тяжести, магнитных сил в АМП (F_1, F_2, F_3, F_4), а также от других сил, возникающих при работе роторной системы (например, влияние турбины, насоса, рабочего инструмента).

В рассматриваемой системе может иметь место сложное пространственное движение ротора типа цилиндрической или конической прецессии или их комбинаций. В этом случае анализ траекторий движения центров опорных участков ротора позволяет избежать нежелательных режимов работы уже на стадии проектирования. Кроме того, появляется возможность изучения отклика на дисбаланс, ударное и кинематическое возбуждение, переходные режимы и т.д. Для построения траекторий движения необходимо определить перемещения центров опорных участков ротора (x_1, y_1) и (x_2, y_2) , что можно сделать из следующих геометрических соотношений, полагая углы φ_x и φ_y малыми и пренебрегая осевыми смещениями:

$$x_1 = x + z_1 \operatorname{tg} \varphi_y; y_1 = y + z_1 \operatorname{tg} \varphi_x; x_2 = x + z_2 \operatorname{tg} \varphi_y; y_2 = y + z_2 \operatorname{tg} \varphi_x. \quad (3)$$

Важный этап для расчета динамического поведения ротора на АМП — определение магнитной силы в опоре. Методики определения магнитных сил, предлагаемые в [2, 3, 6] сводятся к рассмотрению энергии магнитного поля в зазоре между ротором и полюсом АМП.

Рассматривая каждый из АМП как два взаимно перпендикулярных одностепенных подвеса, реализованных на двух соосных электромагнитах [2, 4] (рис. 2), выражение для магнитной силы можем записать в виде [6]:

$$F_j = \mu_0 S w^2 \left[\frac{(I_c + i_j)^2}{(h_0 + \xi_j)^2} - \frac{(I_c - i_j)^2}{(h_0 - \xi_j)^2} \right], \quad j = \overline{1, 4}, \quad (4)$$

где ξ_j и i_j — соответствующие координаты векторов перемещений центров цапф $\xi = (x_1, y_1, x_2, y_2)$ и изменений токов в обмотках электромагнитов $i = (\Delta i_{x1}, \Delta i_{y1}, \Delta i_{x2}, \Delta i_{y2})$; S и w — площадь сечения сердечника и число витков в обмотке электромагнита; h_0 — номинальный зазор; I_c — ток в обмотках соответствующий центральному положению ротора (ток смещения); $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная.

Линеаризация силовой характеристики (4) в окрестностях центрального положения позволяет представить магнитную силу в виде [6]

$$F_j = -a \xi_j + b i_j, \quad j = \overline{1, 4} \quad (5)$$

со следующими выражениями для параметров линеаризации:

$$a = \frac{4\mu_0 S w^2 I_c^2}{h_0^3}, \quad b = \frac{4\mu_0 S w^2 I_c}{h_0^2}, \quad (6)$$

которые носят характер позиционной и токовой жесткостей магнитного подвеса.

Любой, рассматриваемый отдельно, магнитный подвес представляет собой неустойчивую динамическую систему [2], поэтому активные магнитные подшипники обязательно включают электронную систему управления. Обычно используют раздельное управление, при котором каждой паре соосных электромагнитов соответствует свой датчик перемещения. Сигнал датчика передается в систему управления, которая формирует управляющий сигнал, подаваемый на обмотки электромагнитов. Существует два способа управления АМП: по току и по напряжению. При наличии достаточного ресурса напряжения и небольшой массе ротора целесообразно использовать управление по току, при котором можно считать электромагнитные процессы безынерционными по отношению к механическим [7]. Закон, по которому изменяются токи в обмотках АМП, зависит от

структуры и параметров системы управления, а именно, от количества обратных связей регулятора и их коэффициентов усиления [2, 3]. Наиболее простой закон управления — пропорционально-дифференциальный закон (ПД-регулятор)

$$\Delta i = -(k_1 \xi + k_2 \dot{\xi}), \quad (7)$$

где k_1 и k_2 — коэффициенты усиления обратных связей соответственно по перемещению и скорости [2]. Подвес с таким законом управления играет роль упруго-демпферного элемента в роторной системе.

Таким образом, совместное решение уравнений динамики ротора (2) при учете соотношений для расчета магнитных сил в АМП (4)—(6) с ПД-регулятором (7) позволяет получить траектории центров опорных участков ротора. Для численной реализации построенной математической модели и проведения серии вычислительных экспериментов была построена виртуальная модель роторной системы в пакете *Simulink* 4,5 [8]. Ядро модели в *Simulink* представлено на рис. 3.

Входные данные для модели *Simulink*: геометрические размеры опорных узлов и ротора, масса ротора, номинальный радиальный зазор в АМП, параметры неуравновешенности, скорость вращения и др., а также электрические характеристики АМП такие, как ток смещения, значения коэффициентов усиления в обратных связях регулятора, количество витков в обмотках электромагнитов, электромагнитные свойства материалов.

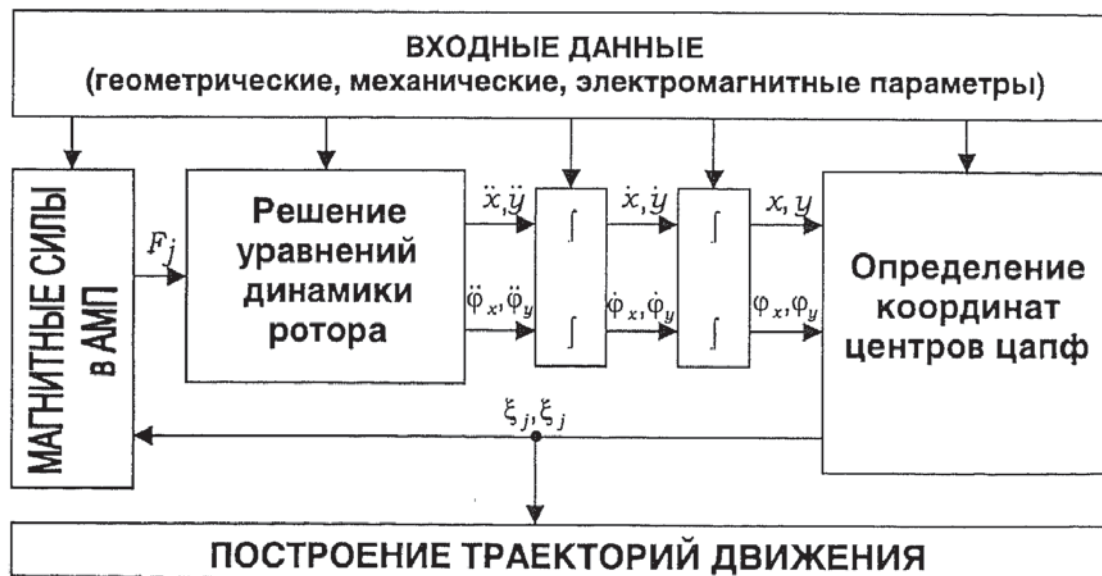


Рис. 3

Численное решение системы уравнений (2) осуществляется 4-шаговым методом Адамса—Башфорта четвертого порядка точности [9], при котором решение дифференциального уравнения первого порядка $\dot{q} = f(t, q(t))$ ищется в виде

$$q_{n+1} = q_n + \frac{\Delta t}{24} [55f_n - 59f_{n-1} + 37f_{n-2} - 9f_{n-3}], \quad (8)$$

где Δt — шаг интегрирования; n — номер текущего значения q . Предварительно система (2) приводится к системе уравнений, разрешенных относительно первой производной.

Учитывая невозможность самостоятельного расчета этим методом первых четырех точек траектории движения центров цапф, эти точки находили модифицированным методом Эйлера [9].

Координаты центров опорных участков ротора определяются на основании соотношений (3). Полученные значения используются для построения траекторий, а также в качестве исходных данных для магнитных сил в АМП для следующего момента времени.

Для иллюстрации работы построенной виртуальной модели был выполнен расчет динамического поведения роторной системы с АМП, имеющей следующие параметры: масса ротора $M = 1$ кг; длина ротора $l = 0,5$ м; параметры неуравновешенности $e_1 = e_2 = 0,0001$ м; радиальный зазор в АМП $h_0 = 2 \cdot 10^{-4}$ м; скорость вращения ротора $\omega = 4000$ об/мин; ток смещения $I_c = 0,8$ А; площадь сечения электромагнита $S = 4 \cdot 10^{-4}$ м²; количество витков в обмотках $w = 100$; коэффициенты усиления обратных связей ПД-регулятора $k_1 = 1,7 \cdot 10^4$ А/м, $k_2 = 60$ А·с/м; нулевые начальные значения скоростей и координат x, y .

На рис. 4 представлены траектории движения и развертки колебаний центров цапф симметричного (центр масс расположен в среднем сечении ротора $z_1 = -0,25$ м и

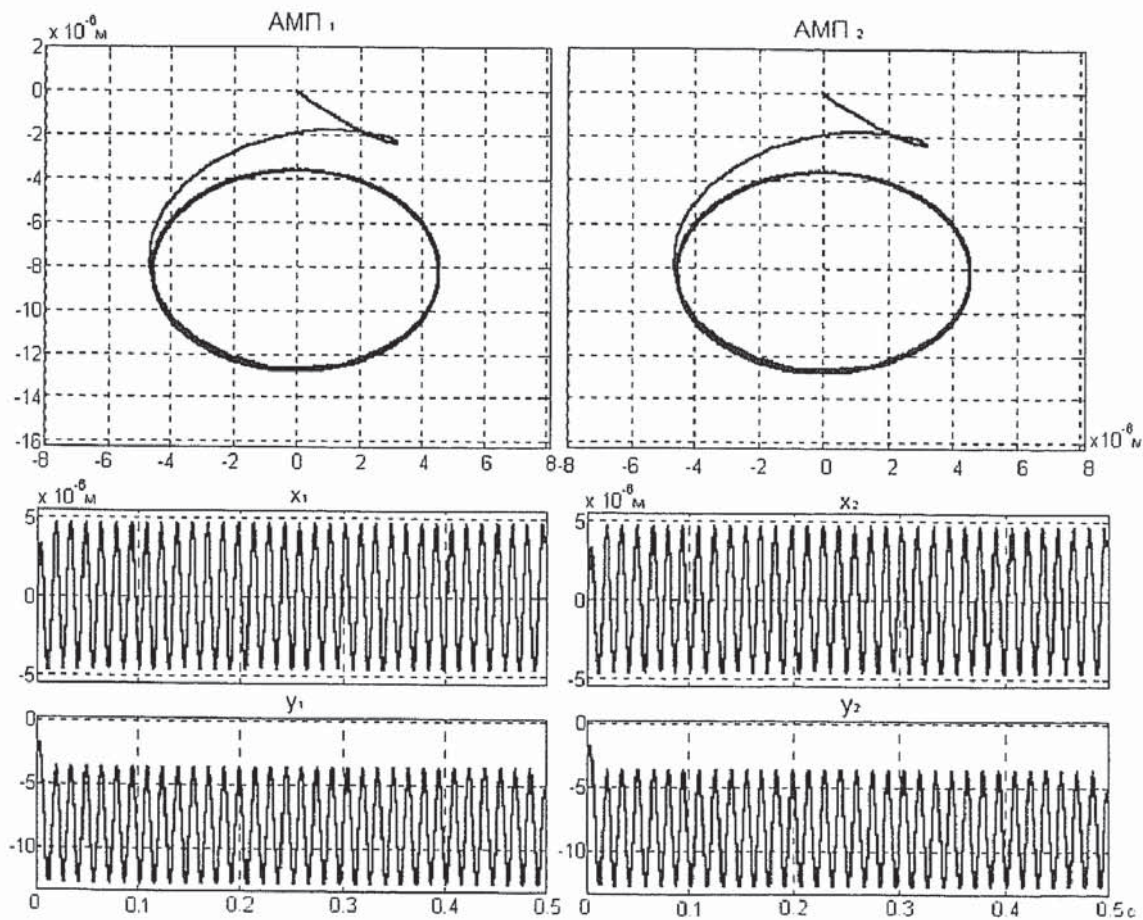


Рис. 4. Траектории движения центров цапф (симметричный ротор)

$z_2 = 0,25$ м) ротора в двух одинаковых АМП. В роли внешней силы выступает сила тяжести, а возмущающей силой служит центробежная нагрузка от неуравновешенности любого характера. Траектории движения в данном случае иллюстрируют наличие цилиндрической прецессии в роторной системе.

Смещение центра масс ротора в сторону одной из опор, равно как и любое другое отклонение от симметрии в роторной системе, приводит к усложнению характера движения. Рис. 5 отражает наличие конической прецессии (в общем случае несинхронной) в роторной системе с несимметричным ротором (центр масс смещен в сторону левого АМП: $z_1 = -0,1$ м; $z_2 = 0,4$ м).

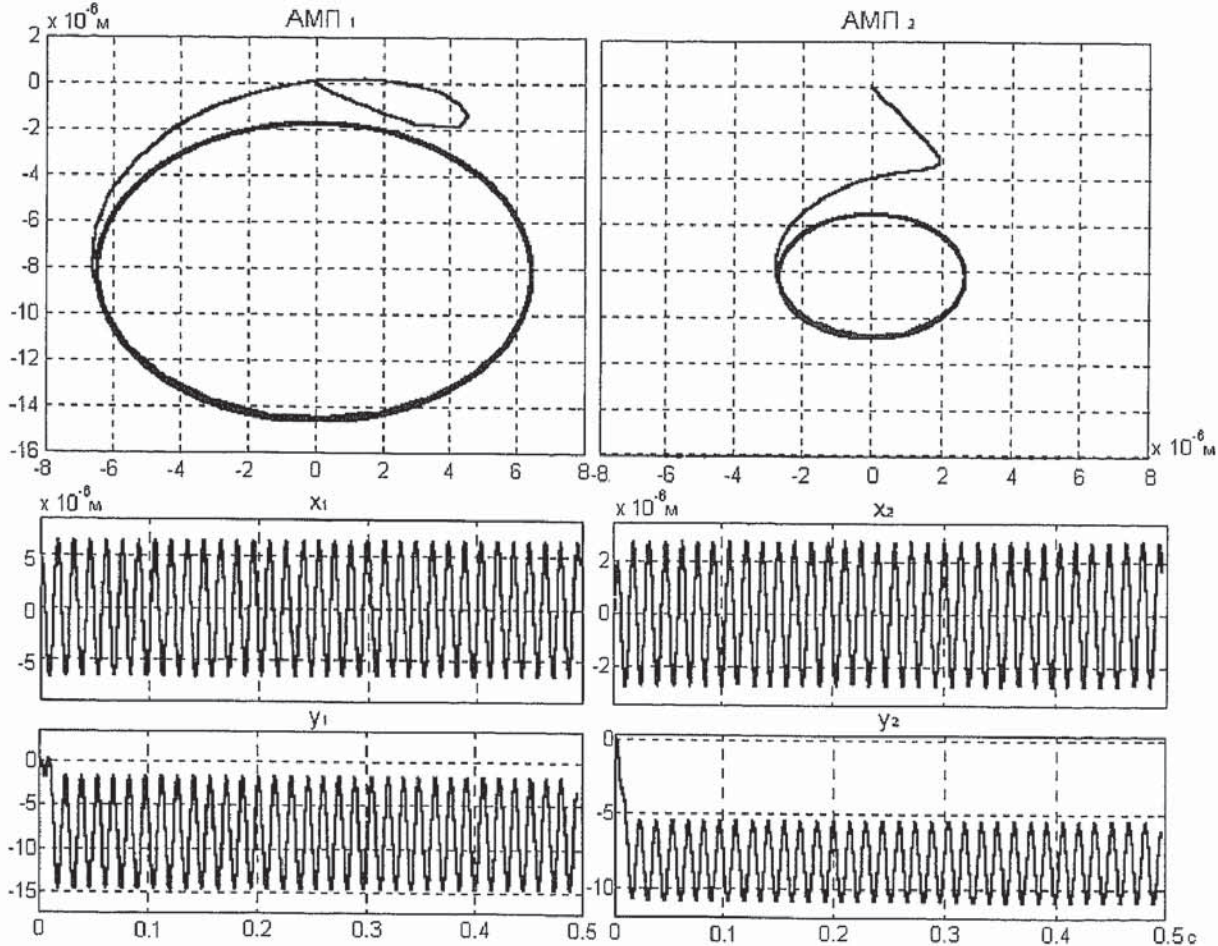


Рис. 5. Траектории движения центров цапф (несимметричный ротор)

Появление дополнительного возмущающего фактора (например, вызванного действием приложенной нагрузки, кинематическим или силовым возбуждением) еще больше усложняет картину движения ротора. В качестве примера на рис. 6 показаны траектории движения несимметричного ротора под действием дополнительной внешней силы, изменяющейся по гармоническому закону в виде: $F_x = 40\cos(120t)$, $F_y = 20\sin(120t)$. Следует заметить, что в общем случае для анализа динамического поведения роторной системы уже недостаточно просто визуального контроля траекторий движения, а требуется их тщательная обработка на основе методов обработки сигналов (спектрального анализа, вейвлет-анализа).

В заключение отметим, что представленные результаты, безусловно, не отражают всех сложных закономерностей динамики ротора на АМП и призваны только продемонстрировать корректную работу разработанной модели. Для решения практических задач проектирования и расчета роторных систем с АМП данная модель требует совершенствования по следующим основным направлениям (результаты — в будущих публикациях):

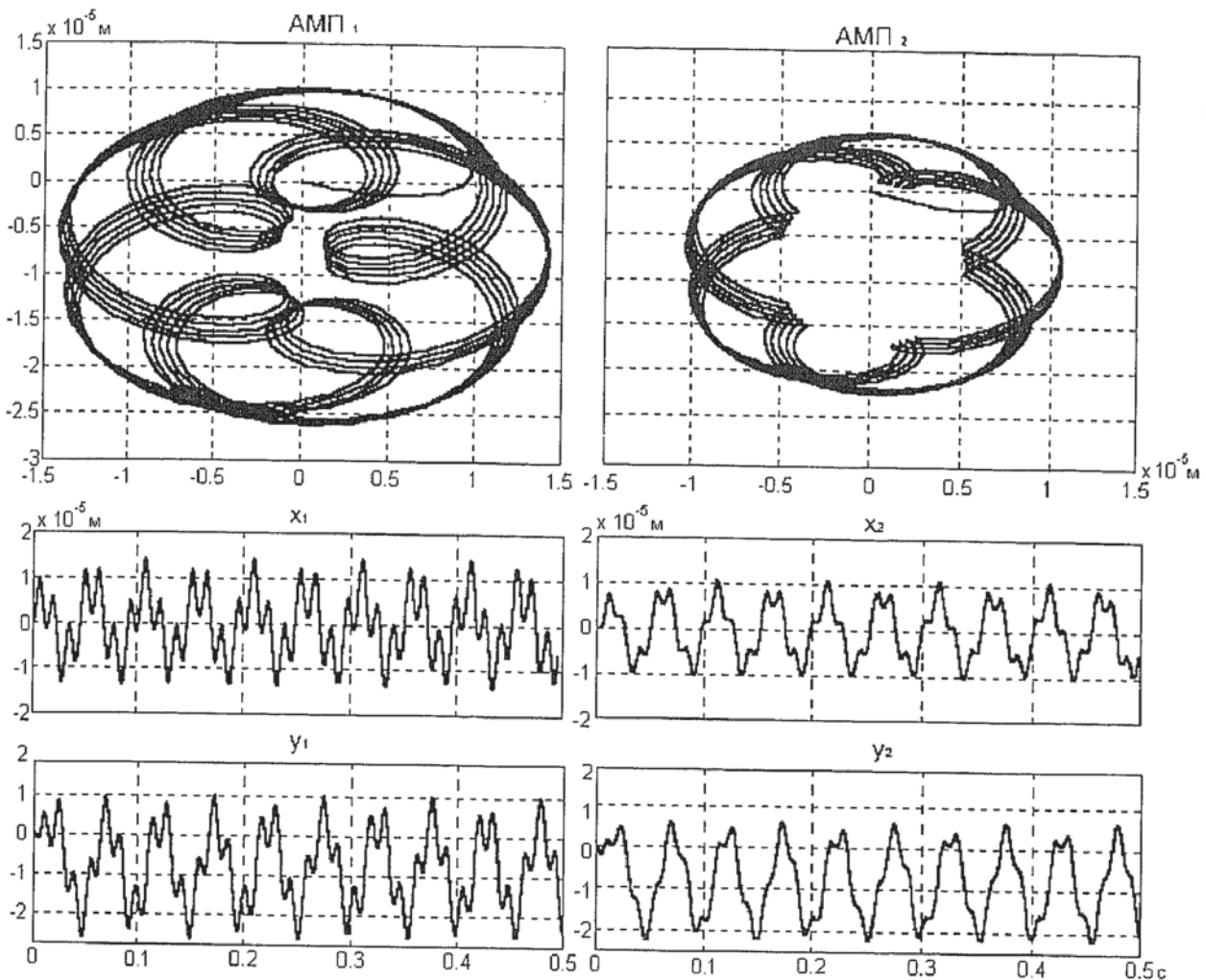


Рис. 6. Траектории движения центров цапф (гармоническое возмущение)

1. Уточнение расчета электромагнитных сил в АМП в нелинейной постановке на основе применения метода конечных элементов.

2. Усложнение модели динамики ротора путем рассмотрения системы с распределенными инерционными и жесткостными параметрами.

3. Учет в модели времени задержки управляющего сигнала, что вызвано временными потерями при работе электронной системы управления.

4. Учет непостоянства скорости вращения ротора (в том числе учет неидеального двигателя ограниченной мощности) и динамики переходных режимов (пуск — останов, переход через критические частоты, смена режима работы).

5. Учет взаимодействия ротора и страховочных (аварийных) подшипников АМП в режиме сухого трения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вышков Ю. Д., Иванов В. И. Магнитные опоры в автоматике. — М.: Энергия, — 1978. — 160 с.
2. Журавлев Ю. Н. Активные магнитные подшипники: Теория, расчет, применение. — СПб.: Политехника, — 2003. — 206 с.
3. Schweitzer G., Bleuler H., Traxler A. Active magnetic bearings. — Hochschulverlag AG an der ETH Zurich, — 1994. — 244 p.
4. Александров А. М., Филиппов В. В. Динамика роторов. — М.: Изд-во МЭИ, — 1995. — 132 с.

5. Вибрации в технике / Справочник: В 6-ти т. Т. 3: Колебания машин, конструкций и их элементов — М.: Машиностроение, — 1980. — 544 с.
6. Бетин В. Н., Айзеншток Г. И. Динамика радиального движения шпинделя на магнитных опорах // Станки и инструменты. — 1988. — №5. — С. 20—22.
7. Дьяконов В. П. Matlab 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5 в математике и моделировании. Основы программирования — М: СОЛОН-Пресс, — 2002. — 576 с.
8. Амосов А. А., Дубинский Ю. А., Копченова Н. В. Вычислительные методы для инженеров. — М.: Высшая школа, — 1994. — 544 с.

629.114.2-235:681.3

НЕКОТОРЫЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫБОРУ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАШИННЫХ АГРЕГАТОВ

Канд. техн. наук, доц. В.М. ЗЯБЛИКОВ, канд. техн. наук, доц. В.Ф. СМИРНОВ

Описывается методика и представлены результаты исследования характера прохождения волновой энергии крутильных колебаний через валопровод силовой передачи машинного агрегата. При этом предполагалось, что бегущая волна проходит по дискретной динамической системе без отражения. Для обеспечения этого условия были разработаны конструкции муфт, встраиваемых как в соединения между агрегатами силовой передачи, так и в сами агрегаты, а именно, редуктор.

The methodic decrypted and results of examining a history of wave energy in torsional oscillation using shafting power transmission of the machine unit are presented. Thus it was supposed, that the traveling wave transits on discrete dynamic system without reflection. Muff constructions that built in either in linking between units of power transmission or directly into units, to be exact, in a reduction gear, have been developed for maintenance of this requirement.

Любая машина есть совокупность источника энергии, силовой передачи и исполнительного органа. Одной из главных причин, вызывающих динамические нагрузки в силовых передачах машинных агрегатов, являются колебания, возникающие в результате возмущения от источника энергии (например, д.в.с.), от исполнительного органа (например, механизм виброперемещений), от самой передачи (например, карданные соединения). В большом числе приводов силовых передач используются зубчатые механизмы различных конструкций и назначений (редукторы, мультипликаторы).

Создание высокопроизводительных машин и скоростных транспортных средств, форсированных по мощности, нагрузкам, другим рабочим характеристикам, неизбежно приводит к увеличению интенсивности и расширению спектра вибрационных и виброакустических полей, в том числе: в редукторах и мультипликаторах, передающих все большую энергию колебаний. Указанные зубчатые механизмы являются частью динамической системы привода и должны иметь такие частотные характеристики, чтобы не возникли резонансные режимы внутри самих механизмов при вынужденных колебаниях.

Процесс вынужденных колебаний связан с распространением по динамической системе энергии, переносимой от источника возмущения бегущими волнами [1]. При встрече с неоднородностью происходит частичное или полное отражение бегущих волн, что приводит в определенных условиях к образованию стоячих волн и возникновению резонанса. Степень отражения бегущих волн на границе неоднородных участков определяется коэффициентом отражения R , который является функцией характеристических импедансов Z_1 и Z_2 пограничных участков [1]