

## УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ И КРИТЕРИЙ РАЗРУШЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ В УСЛОВИЯХ ЦИКЛИЧЕСКОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ

Д-р физ.-мат. наук, проф. В.П. РАДЧЕНКО, ассист. П.Е. КИЧАЕВ, инж. В.С. ГАГАРИНСКИЙ

*Предложены уравнения состояния и термодинамический критерий разрушения материалов при совместном действии статических и циклических нагрузок в условиях ползучести в случае, когда амплитудные значения компонент тензора циклических нагрузок составляют не более 10 % от компонент тензора статических напряжений. Адекватность модели подтверждена сравнением данных расчета по модели с экспериментальными данными для сплава ЭП742 при  $T = 650; 750$  °C.*

*The equations of a condition and thermodynamic criterion of disruption of materials are offered at joint action of static and cyclic loadings in conditions of creep in case of when amplitude values tensor cyclic loadings make up a component no more than 10 % from tensor's components of static pressures. Adequacy of model is confirmed by comparison of data of calculation on model with experimental data for alloy ЭП 742 at  $T = 650; 750$  °C.*

I. Целесообразность применения энергетических и термодинамических критериев рассеянного (объемного) разрушения в теориях ползучести и длительной прочности не вызывает сомнения [1—5]. Одним из преимуществ такого рода подходов является аддитивность энергий различного вида. Целью настоящей работы является обобщение энергетической концепции на процессы, происходящие в материале при совместном действии квазистатических и циклических нагрузок.

В дальнейшем тензоры номинальных напряжений  $\sigma_{ij}^{n_0}$  и  $\sigma_{ij}^{a_0}$  соответствуют квазистатистическим нагрузкам и амплитудным значениям циклических нагрузок. Ограничимся рассмотрением так называемого многоциклового нагружения при частоте  $f > 10$  Гц и коэффициенте амплитуд  $A = \max\{\sigma_{ij}^{a_0}\}/\max\{\sigma_{ij}^{n_0}\}$ , не превышающем некоторого критического значения  $A_{kp}$ , имеющего порядок 0,10—0,15.

В рассматриваемом случае циклическая нагрузка приводит к двум основным эффектам: 1) ускорению (или даже инициированию) процесса ползучести при заданном статическом напряжении; 2) уменьшению накопленной неупругой деформации в момент разрушения по сравнению с аналогичной величиной при чисто статическом нагружении. Этот процесс называют циклической ползучестью [6] либо виброползучестью [7]. На феноменологическом уровне условно можно выделить следующие подходы для описания реологического деформирования и разрушения материалов в условиях циклической ползучести (виброползучести).

1. Введение приведенного напряжения, равного такому статическому, при котором долговечность в режиме статической ползучести совпадает с долговечностью в режиме циклической ползучести. При этом подходе постулируется подобие кривых статической и циклической ползучести, что является одним из его недостатков. К тому же при нестационарных режимах такие теории дают большие погрешности как по статической, так и по циклической компонентам.

2. Описание ползучести при циклически изменяющемся напряжении. В этом случае рассматривается поведение деформации в каждом цикле. Недостаток этого подхода в том, что не учитывается поврежденность от усталости, а частота нагружения отсутствует в определяющих соотношениях.

3. Феноменологические модели, базирующиеся на гипотезе аддитивности параметров поврежденности от усталости и статической ползучести и принципе линейного суммирования повреждений. Однако экспериментальные исследования показывают, что принцип линейного суммирования справедлив лишь при последовательных квазистатистической и циклической нагрузках с небольшим градиентом их применения. В остальных случаях он может давать существенные погрешности. Многочисленные же попытки создания универсального принципа нелинейного суммирования повреждений до настоящего времени не привели к успеху.

II. Для построения уравнений состояния используем кинетические уравнения Ю.Н. Работнова [8] для разупрочняющихся сред, при этом неупругую деформацию представим в виде суперпозиции пластической деформации и деформации ползучести, а в параметр поврежденности введем дополнительное слагаемое, связанное с необратимыми процессами. Для этого примем гипотезу, что поврежденность от усталости за цикл нагружения пропорциональна подведенной упругой работе истинных амплитудных напряжений за цикл при постоянных  $\sigma_{ij}^{m_0}$ ,  $\sigma_{ij}^{a_0}$  и  $f$ . Тогда в общем виде определяющие реологические соотношения при постоянной температуре имеют вид

$$\Phi(\sigma_{ij}^m, \sigma_{ij}^a, p_{ij}, e_{ij}^p, q_1, q_2, \dots, q_n, \omega) = 0, \quad (1)$$

$$dq_k = a_{rs}^k dp_{rs} + b_{rs}^k de_{rs}^p + c_{rs}^k d\sigma_{rs} + d^k dt, \quad k = \overline{1, n}, \quad (2)$$

$$d\omega = \gamma(E_2) \sigma_{ij}^m de_{ij}^p + \alpha(S_{m_0}) \sigma_{ij}^m dp_{ij} + g_1(S_{m_0}, S_{a_0}, f) \frac{1}{2} \sigma_{ij}^a e_{ij}^a dN, \quad (3)$$

где  $e_{ij}^p$  и  $p_{ij}$  — тензоры деформаций пластичности и ползучести;  $\sigma_{ij}^m$  — тензор истинных напряжений от квазистатических нагрузок,  $\sigma_{ij}^a$  — истинные амплитудные напряжения от циклических нагрузок, связанные с соответствующими номинальными напряжениями соотношениями

$$\sigma_{ij}^m = \sigma_{ij}^{m_0} (1 + \omega), \quad (4)$$

$$\sigma_{ij}^a = \sigma_{ij}^{a_0} (1 + \omega); \quad (5)$$

$e_{ij}^a$  — упругие деформации, соответствующие тензору  $\sigma_{ij}^a$ ,

$$e_{ij}^a = \frac{1+\nu}{E} \left[ \sigma_{ij}^a - \frac{\nu}{1+\nu} \sigma_{kk}^a \delta_{ij} \right]; \quad (6)$$

$\nu, E$  — коэффициент Пуассона и модуль Юнга;  $N = ft$  — число циклов нагружения;  $E_2$  — интенсивность пластических деформаций;  $S_{m_0}$ ,  $S_{a_0}$  — интенсивность напряжений для тензоров  $\sigma_{ij}^{m_0}$ ,  $\sigma_{ij}^{a_0}$ ;  $\omega$  — параметр поврежденности;  $q_k$  ( $k = \overline{1, n}$ ) — структурные параметры упрочнения;  $\gamma(E_2)$ ,  $\alpha(S_{m_0})$ ,  $g_1(S_{m_0}, S_{a_0}, f)$  — функции, определяемые из эксперимента;  $\Phi$  — дифференциальный, интегральный или интегродифференциальный оператор.

Таким образом, полная система для описания неупругой деформации в условиях совместного действия квазистатического и многоциклового нагружения в самом общем случае состоит из соотношений (1)–(6).

III. Для получения критерия разрушения аналогично [1, 3] воспользуемся термодинамическими соображениями, согласно которым разрушение материала происходит при достижении плотностью внутренней энергии критической величины. Выполненные в [9] теоретические и экспериментальные исследования (в основном в области усталости) позволяют считать, что критическая величина плотности внутренней энергии не зависит от процесса нагружения и является константой материала.

Накапливаемая в деформируемом элементе тела внутренняя энергия  $U_+$  определяется суммой двух составляющих. Первая обусловлена накоплением в деформируемом объеме материала потенциальной (запасенной, скрытой) энергии  $U^e$ , вторая накапливается в виде теплосодержания  $U^T$ . Таким образом, исходя из принципа суперпозиции энергии имеем

$$U_+ = U^e + U^T. \quad (7)$$

В соответствии с изложенным выше критерий разрушения принимает вид

$$U_+(t_*) = U_0 + U_1(t_*) = U_*, \quad (8)$$

где  $U_0(T)$  — начальное значение удельной внутренней энергии при  $t=0$ ;  $U_1$  — приращение внутренней энергии за счет деформирования;  $U_*$  — критическое значение внутренней энергии (константа материала);  $t_*$  — время до момента разрушения;  $T$  — температура. Приращение величины  $\Delta U_+ = \Delta U_1$  за время  $\Delta t$  складывается из двух составляющих

$$\Delta U_+ = \Delta U^e + \Delta U^T, \quad \Delta U^e = \sigma_{ij}^m \Delta e_{ij}^p + \sigma_{ij}^m \Delta p_{ij}, \quad \Delta U^T = \Delta U_1^T + \Delta U_2^T + \Delta U_3^T. \quad (9)$$

Здесь приращение потенциальной энергии  $\Delta U^e$  записано не для номинальных, а для истинных напряжений, при этом влияние циклической компоненты  $\sigma_{ij}^{a_0}$  на деформации  $e_{ij}^p$  и  $p_{ij}$  осуществляется через параметр поврежденности, соотношения (3), (5), (6). Величины  $\Delta U_1^T, \Delta U_2^T, \Delta U_3^T$  — приращения теплосодержания при образовании пластической деформации, деформации ползучести и от циклического нагружения. Дальнейшая задача состоит в определении  $\Delta U^T$ . Непосредственное измерение этой величины (а тем более разделение ее на компоненты  $\Delta U_i^T$ ) при помощи калориметрирования даже в лабораторных условиях при фиксированной температуре — крайне трудоемкая задача, поэтому необходимо найти другие способы оценки величины  $\Delta U^T$ .

Некоторые экспериментальные данные [9] позволяют принять следующие гипотезы:  $\Delta U_1^T$  и  $\Delta U_2^T$  пропорциональны  $\sigma_{ij}^m \Delta e_{ij}^p$  и  $\sigma_{ij}^m \Delta p_{ij}$  соответственно, а величина  $\Delta U_3^T$  при постоянных  $\sigma_{ij}^{a_0}$ ,  $\sigma_{ij}^{a_0}$  и  $f$  составляет за цикл нагружения некоторую часть от подведенной работы истинного амплитудного напряжения за полуцикл

$$\Delta u_3^T = g_2(S_{m_0}, S_{a_0}, T, f) u^y \Delta N, \quad (10)$$

где

$$u^y = \frac{1}{2} \sigma_{ij}^a e_{ij}^a = \frac{1}{2E} \left\{ \left( \sigma_{11}^a \right)^2 + \left( \sigma_{22}^a \right)^2 + \left( \sigma_{33}^a \right)^2 - 2v \left( \sigma_{11}^a \sigma_{22}^a + \sigma_{11}^a \sigma_{33}^a + \sigma_{22}^a \sigma_{33}^a \right) \right\} +$$

$$+ 2(1+v) \left[ \left( \sigma_{12}^a \right)^2 + \left( \sigma_{13}^a \right)^2 + \left( \sigma_{23}^a \right)^2 \right] \quad (11)$$

удельная потенциальная энергия упругих деформаций от амплитудных напряжений  $\sigma_{ij}^a$ ;  $g_2(S_{m_0}, S_{a_0}, T, f)$  — некоторая функция (коэффициент пропорциональности при  $S_{m_0} = \text{const}, S_{a_0} = \text{const}, f = \text{const}$ ).

С учетом (10), (11) приведем (9) к виду

$$\Delta U_+ = \sigma_{ij}^m \Delta e_{ij}^p \left( 1 + \frac{\Delta U_1^T}{\sigma_{ij}^m \Delta e_{ij}^p} \right) + \sigma_{ij}^m \Delta p_{ij} \left( 1 + \frac{\Delta U_2^T}{\sigma_{ij}^m \Delta p_{ij}} \right) + g_2(S_{m_0}, S_{a_0}, T, f) u^y \Delta N. \quad (12)$$

На основании принятых гипотез, используя обозначения  $1 + \Delta U_1^T / (\sigma_{ij}^m \Delta e_{ij}^p) = C(T)$ ,  $1 + \Delta U_2^T / (\sigma_{ij}^m \Delta p_{ij}) = D(S_{m_0}, T)$ , выражение (12) запишем следующим образом:

$$\Delta U_+ = C(T) \sigma_{ij}^m \Delta e_{ij}^p + D(S_{m_0}, T) \sigma_{ij}^m \Delta p_{ij} + g_2(S_{m_0}, S_{a_0}, T, f) u^y \Delta N. \quad (13)$$

После интегрирования (13) с использованием (8) получаем

$$\int_0^t C(T) \sigma_{ij}^m de_{ij}^p + \int_0^t D(S_{m_0}, T) \sigma_{ij}^m dp_{ij} + \int_0^t g_2(S_{m_0}, S_{a_0}, T, f) u^y dN = U'(T), \quad (14)$$

где  $U'(T) = U_* - U_0(T)$ . При постоянной температуре  $T$  соотношение (14) можно записать в виде

$$\int_0^t \frac{\sigma_{ij}^m de_{ij}^p}{A_*^p(T)} + \int_0^t \frac{\sigma_{ij}^m dp_{ij}}{A_*^c(S_{m_0}, T)} + \int_0^t \frac{u^y dN}{A_*^y(S_{m_0}, S_{a_0}, T, f)} = 1. \quad (15)$$

Здесь  $A_*^p = U'(T)/C(T)$ ,  $A_*^c = U'(T)/D(S_{m_0}, T)$ ,  $A_*^y = U'(T)/g_2(S_{m_0}, S_{a_0}, T, f)$ . В частном случае при  $T = \text{const}$  и  $f = \text{const}$  соотношение (15) принимает вид

$$\int_0^t \frac{\sigma_{ij}^m de_{ij}^p}{A_*^p} + \int_0^t \frac{\sigma_{ij}^m dp_{ij}}{A_*^c(S_{m_0})} + \int_0^t \frac{u^y dN}{A_*^y(S_{m_0}, S_{a_0})} = 1. \quad (16)$$

Соотношение (15) (или его частный случай (16)) является критерием разрушения при совместном действии статических и циклических нагрузок.

Таким образом, реологическая модель неупругого деформирования и разрушения материалов в условиях виброползучести состоит из системы уравнений (1)–(6) и критерия разрушения (15) или (16), при этом в качестве аппроксимации для функций  $A^c(S_{m_0})$ ,  $A^y(S_{m_0}, S_{a_0})$  и  $g_1(S_{m_0}, S_{a_0})$  при  $f = \text{const}$  можно использовать выражения

$$A_*^c = \alpha_A (S_{m_0})^{m_A}, A_*^y = A^y \exp \left[ \alpha_y \frac{S_{m_0}}{\sigma_m^*} \right] \left( \frac{S_{a_0}}{\sigma_{a_0}^*} \right)^{n_f},$$

$$g_1(S_{m_0}, S_{a_0}) = G_f \exp \left[ \alpha_f \frac{S_{m_0}}{\sigma_m^*} \right] \left( \frac{S_{a_0}}{\sigma_{a_0}^*} \right)^{n_f}, \quad (17)$$

где  $\alpha_A, m_A, A^y, \alpha_y, n_f, \sigma_m^*, G_f, \alpha_f, n_f, \sigma_{a_0}^*$  — константы материала.

IV. Поскольку экспериментальных работ в области виброползучести в условиях сложного напряженного состояния с учетом третьей стадии ползучести практически нет, для проверки адекватности нагруженной модели рассмотрим частный случай одноосного напряженного состояния. Здесь тензоры напряжений  $\sigma_{ij}^m$  и  $\sigma_{ij}^{m_0}$  заменяются соответственно на истинное  $\sigma$  и номинальное  $\sigma_0$  напряжения; тензоры  $\sigma_{ij}^a$  и  $\sigma_{ij}^{a_0}$  — на истинные  $\sigma_a$  и номинальные  $\sigma_{a_0}$  амплитудные значения циклической компоненты напряжения;  $S_{m_0} = \sigma_0$ ,  $S_{a_0} = \sigma_{a_0}$ ; вместо тензоров деформаций  $e_{ij}$ ,  $e_{ij}^p$  и  $p_{ij}$  используются одноосные соответствующие деформации  $e, e^p$  и  $p$ .

Конкретизируем оператор  $\Phi$  в соотношении (1) на основании энергетического варианта теории ползучести и длительной прочности [1, 3]. Тогда основной вариант модели (1)–(6), (15), (16) запишется в виде

$$\varepsilon = e + e^p + p, \dot{e} = \frac{\dot{\sigma}}{E}, \dot{e}^p = \begin{cases} 0, \sigma(t) \leq \sigma_{\text{up}} \\ \lambda [S(\sigma) - e^p(t)], S(\sigma) > e^p(t) \\ 0, S(\sigma) \leq e^p(t), \sigma(t) > \sigma_{\text{up}} \end{cases}$$

$$p = u + v + w; \quad u(t) = \sum_{k=1}^s u_k(t), \quad \dot{u}_k(t) = \lambda_k \left[ a_k \left( \frac{\sigma(t)}{\sigma_*} \right)^{n_k} - u_k(t) \right];$$

$$v(t) = \sum_{k=1}^s v_k(t); \quad \dot{v}_k = \begin{cases} \lambda_k \left[ b_k \left( \frac{\sigma(t)}{\sigma_*} \right)^{n_k} - v_k(t) \right], & b_k \left( \frac{\sigma(t)}{\sigma_*} \right)^{n_k} > v_k(t), \\ 0, & b_k \left( \frac{\sigma(t)}{\sigma_*} \right)^{n_k} \leq v_k(t); \end{cases}$$

$$\dot{w}(t) = c \left( \frac{\sigma(t)}{\sigma_*} \right)^m, \quad (18)$$

$$\sigma = \sigma_0(1 + \omega), \quad (19)$$

$$\sigma_a = \sigma_{a_0}(1 + \omega), \quad (20)$$

$$\dot{\omega} = \gamma(e^p) \sigma \dot{e}^p + \alpha(\sigma_0) \sigma \dot{p} + g_1(\sigma_0, \sigma_{a_0}, f) \frac{\sigma_a^2}{2E} \dot{N} \quad (21)$$

где  $\epsilon$  — полная деформация;  $e$  и  $e^p$  — упругая и пластическая деформации;  $p$  — деформация ползучести;  $u, v, w$  — вязкоупругая, вязкопластическая и вязкая составляющие  $p$  (соответственно);  $\sigma_0$  и  $\sigma$  — номинальное и истинное напряжения (соответственно);  $E$  — модуль Юнга;  $\lambda_k, a_k, b_k, c, n, m, \sigma_*$  — реологические константы материала, при помощи которых описываются первая и вторая стадии ползучести и обратимая часть деформации ползучести;  $\omega$  — параметр поврежденности;  $\alpha$  и  $\gamma$  — параметры материала, контролирующие процессы разупрочнения;  $\sigma_{ap}$  — предел пропорциональности,  $\lambda$  — константа, при этом  $\lambda \gg \max\{\lambda_k\}$ .

Согласно третьего соотношения (18) пластическая деформация  $e^p$  описывается такими же по структуре уравнениями, как и компонента  $v$  деформации ползучести, т.е. пластическая деформация также развивается во времени. Такой подход к описанию пластической деформации соответствует так называемым эндохронным теориям пластичности [10—12] (теориям пластичности с внутренним временем). В предложенных уравнениях используется обычное физическое время. При этом в силу гипотезы  $\lambda \gg \max\{\lambda_k\}$  при фиксированном  $\sigma_0$  всегда можно указать такой интервал времени  $[0, t]$ , что  $e^p(t)$  будут сколь угодно мало отличаться от своего асимптотического значения, полученного из решения третьего соотношения (18) при  $t \rightarrow +\infty$ , в то время как  $p(t) \approx 0$ .

В общем случае  $\gamma = \gamma(e^p)$ ,  $\alpha = \alpha(\sigma_0)$  и для них можно использовать степенную аппроксимацию:

$$\gamma = \gamma_1(e^p)^{m_2}, \quad \alpha = \alpha_1(\sigma_0)^{m_1}. \quad (22)$$

Функция  $S(\sigma)$ , описывающая деформацию пластичности, имеет вид

$$S(\sigma) = a(\sigma - \sigma_{ap})^n, \quad (23)$$

где  $a$  и  $n$  — константы.

Критерий разрушения (16) в одноосном случае ( $T = \text{const}, f = \text{const}$ ) принимает вид

$$\int_0^t \frac{\sigma de^p}{A_*^p} + \int_0^t \frac{\sigma dp}{A_*^c(\sigma_0)} + \frac{1}{2E} \int_0^t \frac{\sigma_a^2 dN}{A_*^y(\sigma_0, \sigma_{a_0})} = 1, \quad (24)$$

где функции  $A_*^c$ ,  $A_*^y$  так же, как и функция  $g_1$  в (21), определяются аппроксимациями (17).

V. Поскольку в основной модели (1)–(6), (16) используется скалярный параметр поврежденности  $\omega$  в виде (3), то это соответствует пространному (объемному) накоплению поврежденности (объемному разупрочнению). Поэтому все параметры модели могут быть определены по результатам одноосных испытаний. В качестве базовых используются следующие экспериментальные данные: диаграмма растяжения материала при постоянной, достаточно высокой скорости деформирования; серия кривых ползучести от начала нагружения до момента разрушения (отмеченного на рис. 1, 2 крестиками) при  $\sigma_0 = \text{const}$ ,  $\sigma_{a_0} = 0$ , которые называются кривыми стационарной ползучести; серия кривых ползучести от начала нагружения до момента разрушения при  $\sigma_0 = \text{const}$ ,  $\sigma_{a_0} = \text{const}$ , называемых кривыми стационарной циклической ползучести (рис. 3, 4).

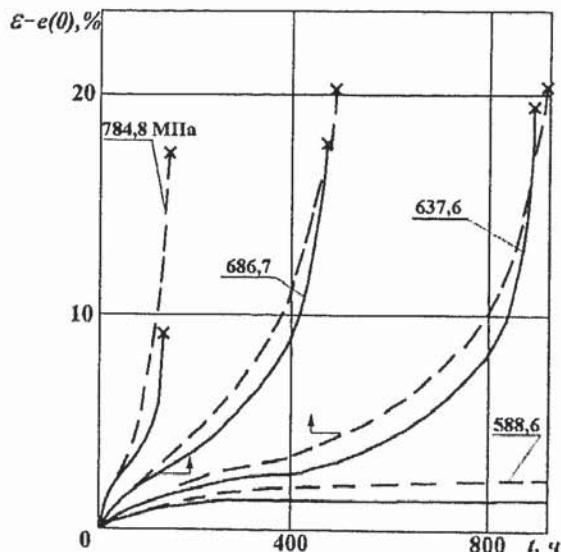


Рис. 1. Экспериментальные (—) и расчетные (---) кривые стационарной ползучести сплава ЭП 742 при  $T = 650$  °C. Цифры: напряжения  $\sigma_0$  в МПа

С использованием двух первых базовых экспериментов по методике, изложенной в [1, 3], определяются параметры  $\lambda_k, a_k, b_k, n_l, c, \sigma_*, m, \gamma_1, m_2, \alpha_1, m_l, \alpha_A, m_A, a, n$ . Для определения  $g_1(\sigma_0, \sigma_{a_0})$  и  $A_*^y(\sigma_0, \sigma_{a_0})$  используются кривые стационарной циклической ползучести [13].

Экспериментальная проверка справедливости предложенных уравнений выполнена по результатам одноосных испытаний на материале ЭП 742 при  $T = 650, 750$  °C, частоте нагружения  $f = 50$  Гц и синусоидальной циклической компоненте напряжения. Детальная проверка уравнений (18)–(23) и критерия разрушения (24) в условиях квазистатической ползучести (циклическая компонента  $\sigma_{a_0} = 0$ ) при различных режимах нагружения  $\sigma_0$  для этого материала выполнена в [1]. Значения всех параметров модели (18)–(24) приведены в табл. 1–3. На рис. 1 и 2 приведены экспериментальные и расчетные кривые стационарной ползучести ЭП 742 ( $\sigma_{a_0} = 0$ ), где  $e(0)$  — величина упругой деформации в момент приложения нагрузки при  $t = 0$ . Для этого материала  $\sigma_* = 490,5$  МПа,  $k = 1, m_A = 0$ .

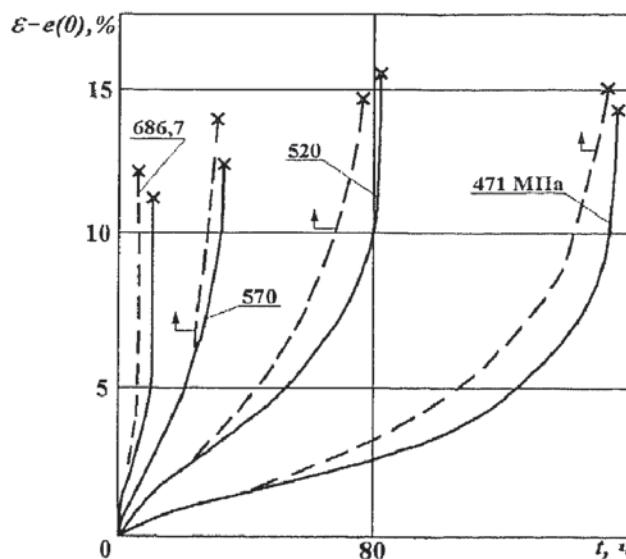


Рис. 2. Экспериментальные (—) и расчетные (---) кривые стационарной ползучести сплава ЭП 742 при  $T = 750^{\circ}\text{C}$ . Цифры: напряжения  $\sigma_0$  в МПа

Таблица 1

#### Значения параметров модели для описания деформации ползучести

$T, {}^{\circ}\text{C}$	$\lambda_1, \text{ч}^{-1}$	$a_1$	$b_1$	$c$	$n_1$	$m$	$\alpha_1, \text{МПа}^{-1-m_1}$	$m_1$	$\alpha_A, \text{МПа}^{-1-m_A}$
650	0,022	$7,32 \cdot 10^{-4}$	$5,37 \cdot 10^{-3}$	$7,22 \cdot 10^{-7}$	3,29	14,3	$3,0 \cdot 10^{-14}$	-6,09	174,4
750	0,2	$6,55 \cdot 10^{-4}$	$4,804 \cdot 10^{-3}$	$4,15 \cdot 10^{-5}$	3,76	8,9	$2,81 \cdot 10^{-6}$	-3,3	81,1

Таблица 2

#### Значения параметров модели для описания деформации пластичности

$T, {}^{\circ}\text{C}$	$\sigma_{\text{пр}}, \text{МПа}$	$E, \text{МПа}$	$\alpha, \text{МПа}^{-n}$	$n$	$\gamma_1, \text{МПа}^{-1}$	$A_*^P, \text{МДж} \cdot \text{м}/\text{м}^3$	$m_2$
650	696,3	$1,79 \cdot 10^{-5}$	$8,614 \cdot 10^{-7}$	1,854	$1,776 \cdot 10^{-3}$	227,5	0
750	608,2	$1,70 \cdot 10^{-5}$	$5,102 \cdot 10^{-7}$	1,943	$1,623 \cdot 10^{-3}$	180,0	0

Таблица 3

#### Значения параметров модели для описания циклической ползучести

$T, {}^{\circ}\text{C}$	$G_f, \text{МПа}^{-1} \cdot \text{ч}^{-1} \cdot \Gamma_{\text{Ц}}^{-1}$	$\alpha_f$	$n_f$	$A^y, \text{МДж} \cdot \text{м}/\text{м}^3$	$\alpha_y$	$n_y$	$\sigma_{a_0}^*$
650	$2,95 \cdot 10^{-5}$	-0,087	0,532	$9,58 \cdot 10^9$	-0,122	1,40	49
750	$2,71 \cdot 10^{-10}$	0,153	-1,240	$4,07 \cdot 10^9$	-0,168	0,82	49

Стрелками на рис. 1 и 2 указано начало пластической деформации. В этот момент истинное напряжение  $\sigma$  превышает предел пропорциональности  $\sigma_{\text{пр}}$  за счет

накопления поврежденности, хотя в начальный момент  $t=0$  выполнялось неравенство  $\sigma_0 < \sigma_{np}$ .

На рис. 3 и 4 приведена аналогичная информация для кривых стационарной циклической ползучести (виброползучести).

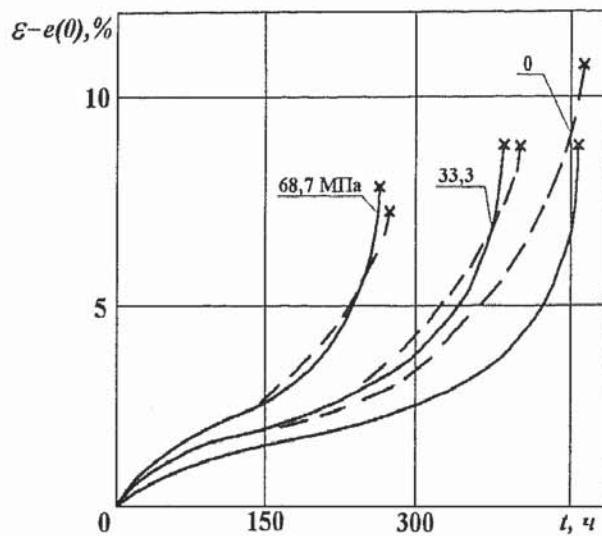


Рис. 3. Экспериментальные (—) и расчетные (---) кривые стационарной ползучести (виброползучести) сплава ЭП 742 ( $T = 650^{\circ}\text{C}$ ) при  $\sigma_0 = 586,7 \text{ МПа}$ . Цифры — значения циклической компоненты напряжения  $\sigma_{a_0}$  в МПа

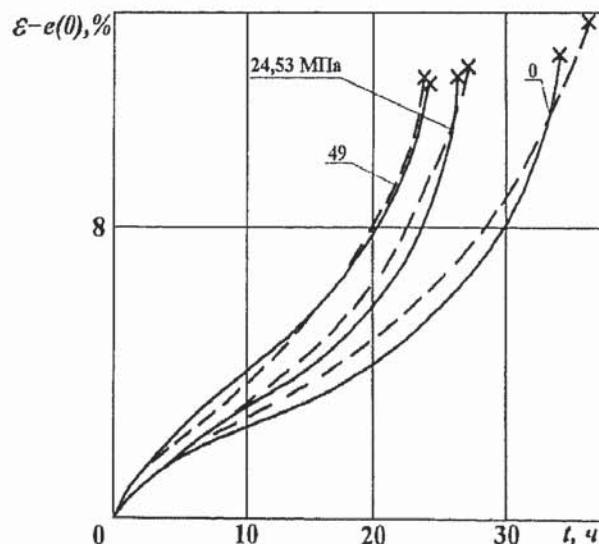


Рис. 4. Экспериментальные (—) и расчетные (---) кривые стационарной ползучести (виброползучести) сплава ЭП 742 ( $T = 750^{\circ}\text{C}$ ) при  $\sigma_0 = 569 \text{ МПа}$ . Цифры — значения циклической компоненты напряжения  $\sigma_{a_0}$  в МПа

На рис. 5 и 6 приведены экспериментальные и расчетные кривые неупругой реологической деформации при сложном нестационарном режиме как статической, так и циклической компонент нагружения. Кривые на рис. 5 соответствуют  $T = 750^{\circ}\text{C}$ , величина  $\sigma_0 = 750 \text{ МПа}$  в ходе эксперимента постоянна, а циклическая компонента  $\sigma_{a_0} = 0$  при  $t \in [0, 10]$  и  $\sigma_{a_0} = 49 \text{ МПа}$  при  $t \geq 10$ . На рис. 6 ( $T = 650^{\circ}\text{C}$ ) показано, как изменяются  $\sigma_0$  и  $\sigma_{a_0}$  по сложным программам нагружения, указанным в верхней части рисунка.

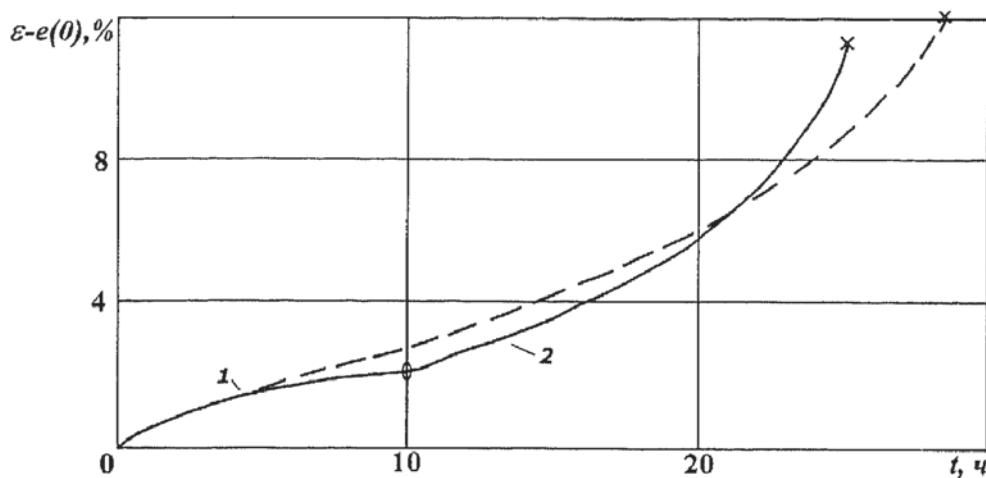


Рис. 5. Экспериментальные (—) и расчетные (---) кривые циклической ползучести сплава ЭП 742 ( $T = 750^{\circ}\text{C}$ ) при  $\sigma_0 = 750$  МПа сложных программах изменения циклической компоненты. Цифры:  
1 —  $\sigma_0 = 0$ ; 2 —  $\sigma_{a_0} = 49$  МПа

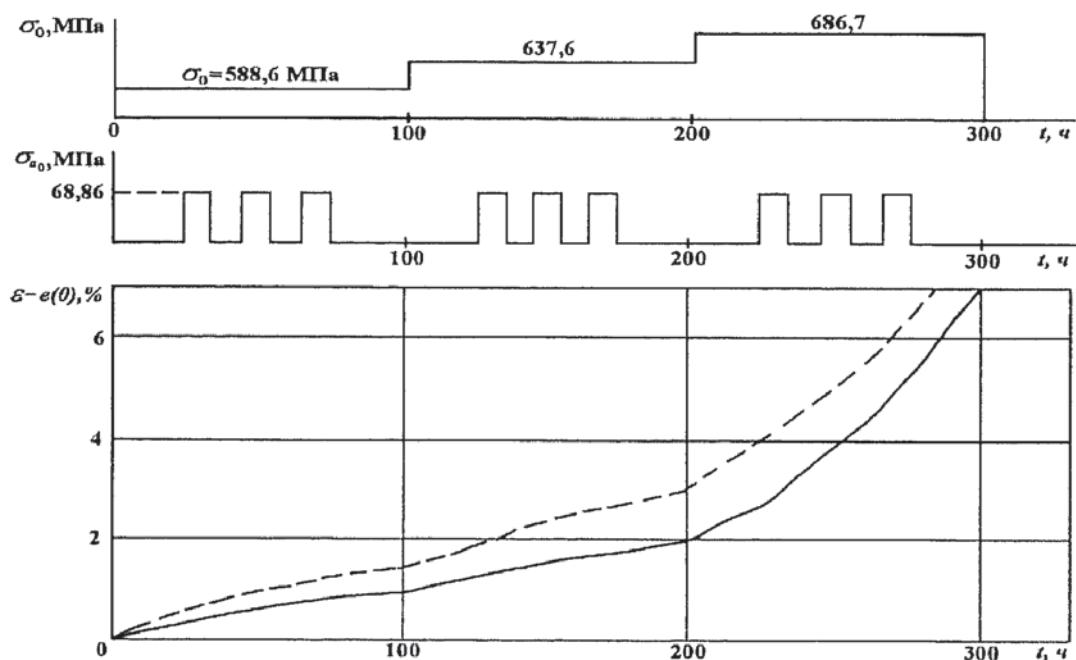


Рис. 6. Экспериментальные (—) и расчетные (---) кривые циклической ползучести сплава ЭП 742 ( $T = 650^{\circ}\text{C}$ ) при сложных программах изменения  $\sigma_0$  и  $\sigma_{a_0}$

Приведенные для сплава ЭП 742 при  $T = 750$  и  $T = 650^{\circ}\text{C}$  примеры показывают хорошее соответствие расчетных и экспериментальных данных.

### Выводы

1. С термодинамических позиций предложен и обоснован критерий разрушения материалов в условиях циклической ползучести (виброползучести).
2. Предложена реологическая модель неупругого деформирования разупрочняющихся сред в условиях совместного действия статических и циклических нагрузок.

3. Выполнена проверка адекватности уравнений состояния и критерия разрушения материалов при циклической ползучести (вibrоползучести) для сплава ЭП 742 при  $T = 650 ; 750$  °C. Показано, что наблюдается процесс соответствия расчетных и экспериментальных данных, при этом предложенная модель качественно и количественно описывает два основных эффекта циклической ползучести в рассматриваемой области: ускорение процесса ползучести и уменьшение накопленной неупругой деформации в момент разрушения по сравнению с квазистатической ползучестью.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Радченко В. П., Еремин Ю. А. Реологическое деформирование и разрушение материалов и элементов конструкций. — М.: Машиностроение, 2004. — 265 с.
2. Сосин О. В., Горев Б. В., Никитенко А. Ф. Энергетический вариант теории ползучести. — Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1986. — 95 с.
3. Радченко В. П. Энергетический вариант одноосной теории ползучести и длительной прочности // ПМТФ. — 1991. — № 4. — С. 172—179.
4. Федоров В. В. Термодинамические представления о прочности и разрушении твердого тела // Проблемы прочности. — 1971. — № 11. — С. 32—34.
5. Киялбаев Д. А., Чудновский А. И. О разрушении деформируемых тел // ПМТФ. — 1970. — № 3. — С. 105—110.
6. Голуб В. П. О некоторых эффектах ползучести при циклических нагрузлениях // Проблемы прочности. — 1987. — № 5. — С. 20—24.
7. Локошенко А. М., Мякотин Е. А., Шестериков С. А. Исследование влияния малых вибраций на ползучесть // Проблемы прочности. — 1985. — № 5. — С. 50—54.
8. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. — М.: Наука, 1966. — 752 с.
9. Федоров В. В. Кинетика поврежденности и разрушения твердых тел. — Ташкент: Фан, 1985. — 167 с.
10. Кадашевич Ю. И., Молосов А. Б. Эндохронные теории пластичности, основные положения, перспективы развития // Известия АН СССР. МТТ. — 1989. — № 1. — С. 161—168.
11. Valanis K. C. Continuum foundation of endochronic plasticity // Trans. ASME. J. Eng. Mater. Technol. — 1984. — Vol. 106. — no. 4. — Pp. 367—375.
12. Wu H. C., Yang K. J. Application of the improved endochronic theory of plasticity to loading with multiaxial strain-path // Intern. J. Nonlinear. Mech. 1983. — Vol. 18. — no. 5. — Pp. 395—408.
13. Радченко В. П., Кичаев Е. К., Симонов А. В. Энергетический вариант модели реологического деформирования и разрушения металлов при совместном действии статических и циклических нагрузок // ПМТФ. — 2000. — Т. 41. — № 3. — С. 169—176.